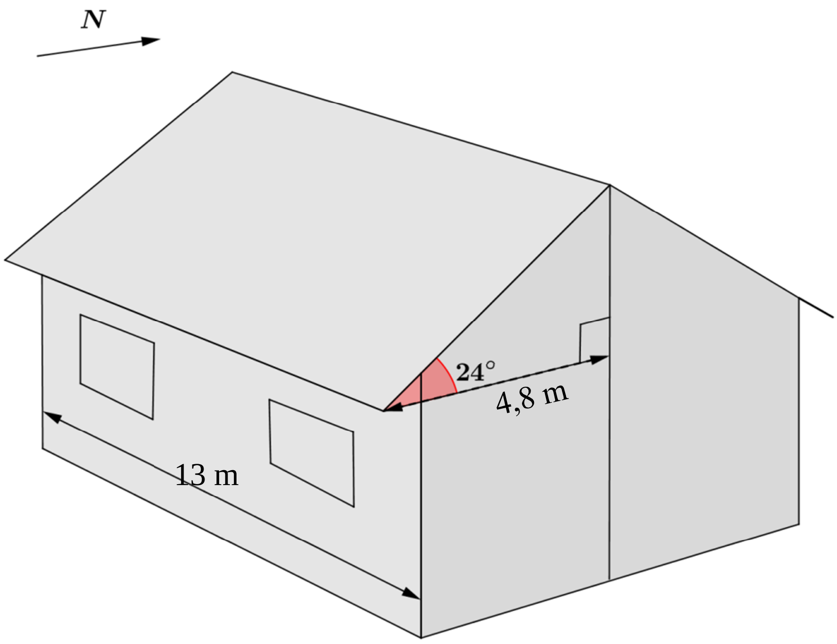
301 302 303 304 305 NDM Devoir maison 2

Exercice.1

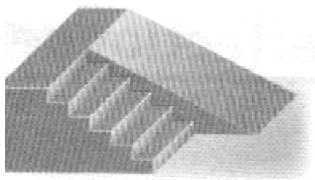
Chaque pan de toiture forme un angle de 24° avec l'horizontale.

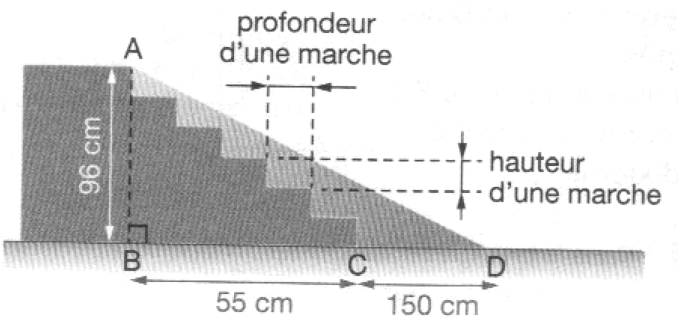


Le propriétaire de cette maison veut installer des panneaux photovoltaïques rectangulaires de 63 cm par 54 cm sur le côté de la toiture exposé au sud. Ils doivent tous être disposés dans le même sens.
Dans quel sens faut-il disposer les panneaux pour pouvoir en installer le plus grand nombre possible ?

Exercice.2

On souhaite construire une structure pour un skate park, constitué d'un escalier de six marches identiques permettant d'accéder à un plan incliné dont la hauteur est 96 cm.
Sur les figures, l'échelle n'est pas respectée.





Normes des construction de l'escalier

- $60 \leqslant 2h + p \leqslant 65$, où h est la hauteur d'une marche et p sa profondeur.

Demande des habitués du skate park :

- Longueur du plan incliné (AD sur le schéma) comprise entre 2,20 m et 2,50 m.
- Angle formé par le plan incliné avec le sol ($\widehat{BDA}$ sur le schéma) compris entre 20° et 30°.

a. Les normes de construction de l'escalier sont-elles respectées ?

b. Les demandes des habitués du skate park pour le plan incliné sont-elles satisfaites ?

Corrigé

Exercice.1

Soit ABC un triangle rectangle en A tel que $\widehat{ABC} = 24°$ et $BA = 4{,}8\ m$.
On sait que : le triangle ABC est rectangle en A.
On utilise : la définition du cosinus.

On en déduit que : $\cos\widehat{BAC} = \frac{BA}{BC}$.

En utilisant les mesure d'angle et distance connues, on obtient : $\cos 24° = \frac{4{,}8}{BC} \Leftrightarrow \cos 24° \times BC = 4{,}8$

$\Leftrightarrow BC = \frac{4{,}8}{\cos 24°}$. A l'aide de la calculatrice on obtient :
$BC \approx 5{,}25\ m$ arrondi au cm.
Le toit a une largeur d'environ 525 cm.
la longueur du toit est 13 m, soit 1 300 cm.
Chaque panneau mesure 0,63 m de long et 0,54 m de large, soit 63 cm de long et 54 cm de large.
Nous allons à étudier les deux dispositions possibles :
- panneaux placés « à l'horizontal », c'est-à-dire en « mode paysage »
- panneaux disposés « verticalement », c'est-à-dire en « mode portrait ».

Hypothèse 1 : panneaux disposés en « mode paysage »
La division euclidienne de 1 300 par 63 s'écrit :
$$1\,300 = 63 \times 20 + 40.$$
Comme le quotient de cette division euclidienne est 20, on pourrait reporter 20 panneaux dans la longueur du toit.
La division euclidienne de 525 par 54 s'écrit :
$$525 = 54 \times 9 + 39.$$
Comme le quotient de cette division euclidienne est 9, on pourrait reporter 9 panneaux dans la largeur du toit.
On pourrait donc disposer en tout $20 \times 9 =$ **180 panneaux en mode paysage**.

Hypothèse 2 : panneaux disposés en « mode portrait »
Le quotient de la division euclidienne de 1 300 par 54 est 24 et le quotient de la division euclidienne de 525 par 63 est 8, et comme $24 \times 8 = 192$ on pourrait donc disposer **192 panneaux en mode portrait**.

Conclusion : il faut disposer les panneaux en mode portrait et on pourra en disposer 192 sur ce toit.

Exercice.2

a. Examinons si les normes de construction sont respectées.

Calculons la profondeur p d'une marche.
L'escalier a une « largeur » de 55 cm, ce qui correspond à 5 reports d'une largeur de marche,
donc : $p \times 5 = 55 \Leftrightarrow p = \frac{55}{5} \Leftrightarrow p = 11$.
La profondeur d'une marche est $p = 11\ cm$.

Calculons la hauteur h d'une marche.
L'escalier a une hauteur de 96 cm, et cela correspond à 6 reports de hauteur de marches, donc : $h \times 6 = 96$
$\Leftrightarrow h = \frac{96}{6} \Leftrightarrow h = 16$.
La hauteur d'une marche est : $h = 16\ cm$.

Calculons $2h + p$.
En utilisant les valeurs de h et p obtenues précédemment, on obtient :
$2h + p = 2 \times 16 + 11 = 43$.
Or, les normes de construction s'écrivent :
$60 \leqslant 2h + p \leqslant 65$, et par conséquent cet escalier **ne respecte pas les normes de construction**.

b. Examinons l'une après l'autre les deux demandes des habitués du skate-park.

1ière demande : $2{,}20\ m \leqslant AD \leqslant 2{,}50\ m$.
On sait que : le triangle BDA est rectangle en B.
On utilise : le théorème de Pythagore.
On en déduit que : $BA^2 + BD^2 = AD^2$.
En utilisant les distances connues et en raisonnant en cm, on obtient :
$$96^2 + (55 + 150)^2 = AD^2$$
$\Leftrightarrow 96^2 + 205^2 = AD^2 \Leftrightarrow AD^2 = 51\,241$
$\Leftrightarrow AD = +\sqrt{51\,241} \Leftrightarrow AD = \sqrt{51\,241}$.
A l'aide de la calculatrice, on obtient :
$AD \approx 226{,}4$.
On a donc : $AD \approx 2{,}26\ m$ arrondi au cm.
La demande : $2{,}20\ m \leqslant AD \leqslant 2{,}50\ m$ est par conséquent respectée.

2ième demande : $20° \leqslant \widehat{BDA} \leqslant 30°$.
On sait que : le triangle ABD est rectangle en B.
On utilise : la définition de la tangente.
On en déduit : $\tan\widehat{BDA} = \frac{BA}{BD}$.
En utilisant les distances connues, on obtient :
$\tan\widehat{BDA} = \frac{96}{205}$, et donc : $\widehat{BDA} = \arctan\left(\frac{96}{205}\right)$.
A l'aide de la calculatrice, on obtient :
$\widehat{BDA} \approx 25{,}1°$ arrondi à 0,1°.
La demande d'angle $20° \leqslant \widehat{BDA} \leqslant 30°$ est par conséquent respectée.

Conclusion : les deux demandes des habitués du skate-park sont respectées.