

ensembles
de
nombres

01

► 26/09

- ensembles usuels de nombres : \mathbb{N} , \mathbb{Z} , \mathbb{D} , \mathbb{R} , droite réelle, principe d'inclusion, nature d'un nombre
- *observation, sur des exemples, de la périodicité du développement décimal de nombres rationnels, du fait qu'un développement décimal périodique correspond à un rationnel*
- encadrement décimal d'un nombre réel à 10^{-n} près
- arithmétique dans \mathbb{Z} ou \mathbb{N}
 - diviseur dans \mathbb{Z} , multiple dans \mathbb{Z} , diviseur dans \mathbb{N} et multiple dans \mathbb{N}
 - la somme de deux multiples de a est un multiple de a , la différence de deux multiples de a est un multiple de a
 - entier relatif pair, entier relatif impair
 - la somme et la différence de deux entiers relatifs pairs est un entier relatif pair
 - le carré d'un entier relatif pair est un entier relatif pair
 - le carré d'un entier relatif impair est un entier relatif impair
 - nombre premier : définition dans \mathbb{Z} (dans \mathbb{N}), décomposition en produit de facteurs premiers entier relatif pair, entier relatif impair
 - déterminer si un entier naturel est premier (version non optimisée)
- relation d'ordre entre réels : ajouter ou soustraire un même nombre à chaque membre, multiplier chaque membre par un nombre, somme d'inégalités, interdiction de soustraire des inégalités, démontrer une relation d'ordre entre deux nombres par étude du signe de leur différence
- divers
 - $\frac{1}{3}$ n'est pas un nombre décimal, $\sqrt{2}$ n'est pas un nombre rationnel
 - dans \mathbb{N} , déterminer si un entier non nul a est ou non un multiple d'un entier non nul b , déterminer le plus grand multiple de l'entier a inférieur ou égal à l'entier b avec $0 < a < b$, déterminer si un entier est ou non premier
 - déterminer par balayage un encadrement de $\sqrt{2}$ d'amplitude inférieure ou égale à 10^{-n} , n indiqué lorsque le programme tourne
- racine carrée d'un réel positif ou nul, calculer avec des racines carrées (voir fiche de cours)
 - $\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$
- valeur absolue d'un réel
 - définition : la valeur absolue d'un réel a , notée $|a|$ est le nombre tel que $|a| = \sqrt{a^2}$; simplification de $|a|$ suivant le signe de a
 - simplification de $|a|$ suivant le signe de a
 - La valeur absolue d'une différence est la distance entre ces deux nombres sur la droite réelle
 - représentation de l'intervalle $[a - r ; a + r]$ puis caractérisation par la condition $|x - a| \leq r$
- effectuer un calcul : ordre de priorité des opérations, calculs avec des fractions, calculer avec des puissances.

02	<p>point dans un repère</p> <p></p> <p>► 10/10</p>	<ul style="list-style-type: none"> • différents types de repères : orthonormé, orthogonal, quelconque • coordonnées d'un point dans un repère : lecture graphique, placement d'un point dont les coordonnées sont données • formule de la distance dans un repère orthonormé, formule des coordonnées du milieu d'un segment <ul style="list-style-type: none">  formule de la distance dans repère orthonormé  on entre les coordonnées de A et de B, le programme affiche la distance AB • tangente à un cercle : définition, caractérisation par le nombre de points en commun avec le cercle
03	<p>calcul littéral 1 (pas de relations d'ordre)</p> <p></p> <p>► 07/11</p>	<ul style="list-style-type: none"> • distributivité simple et la distributivité double • les trois égalités (identités) remarquables et deux identités pour aller plus loin : <ul style="list-style-type: none">  $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$; $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$; $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$ pour a et b réels positifs, illustration géométrique de l'égalité $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ • d'autres égalités remarquable (savoir les retrouver) : <ul style="list-style-type: none">  $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$; $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ • pour développer : distributivité, difficulté lorsqu'il y a trois facteurs, utilisation d'une égalité remarquable • pour factoriser : utilisation d'un facteur commun apparent ou caché, utilisation d'une égalité remarquable • comparaison de deux expressions <ul style="list-style-type: none"> – démontrer une égalité : méthode de la comparaison des formes développées, méthode «de l'un des membres vers l'autre» – démontrer une <i>relation d'ordre</i> : étude du signe de leur différence, comparaison du quotient au nombre 1 (avec contraintes) • équations : équation du premier degré, équations se ramenant au premier degré, équation «produit nul», problèmes concrets
04	<p>géométrie plane</p> <p></p> <p>► 21/11</p>	<ul style="list-style-type: none"> • quelques points de géométrie du collège • projeté orthogonal d'un point sur une droite : définition, propriété de la distance minimale <ul style="list-style-type: none">  propriété de la distance minimale : le projeté orthogonal de M sur Δ est le point de Δ le plus proche de M • cercle circonscrit à un triangle : cas général, cas particulier du triangle rectangle <ul style="list-style-type: none">  le point de concours des médiatrices est le centre du cercle circonscrit • formule de trigonométrie dans le triangle rectangle : $\cos^2(\alpha) + \sin^2(\alpha) = 1$ <ul style="list-style-type: none">  dans un triangle rectangle : $\cos^2(\alpha) + \sin^2(\alpha) = 1$ où α est la mesure de l'un des deux angles aigus.
05	<p>calcul littéral 2/2 (avec relations d'ordre)</p> <p></p> <p>► 05/12</p>	<ul style="list-style-type: none"> • inéquation : intervalles, réunion et intersection d'intervalles, résolution d'une inéquation du premier degré, problèmes concrets (pas de tableaux de signes pour les inéquations, juste une résolution en « isolant x »)

06	<p>fonction généralités 1/2 (lectures graphiques)</p> <p>  </p> <p>► 09/01</p>	<ul style="list-style-type: none"> • notion de fonction : suite d'opérations, image, antécédent(s), ensemble de définition • courbe représentative : tableau de valeurs, points de la courbe représentative, utilisation de la calculatrice et Geogebra • utilisation de la courbe représentative pour : résoudre une équation $f(x) = k$, $f(x) = g(x)$, tableau de signes de $f(x)$, $f(x) > k$ et variantes, $f(x) > g(x)$ et variantes • variations d'une fonction : fonction croissante sur un intervalle, fonction décroissante sur un intervalle, tableau de variations, extremum, utilisation du sens de variation pour comparer les images de deux nombres (pas de démonstration du sens de variation)
07	<p>Vecteurs Purs</p> <p>  </p> <p>► 23/01</p>	<ul style="list-style-type: none"> • généralités : parallélogramme, direction, sens, norme, vecteur nul, image d'un point par une translation de vecteur donné • addition/soustraction de vecteurs : méthode « bout-à-bout », méthode du parallélogramme, relation de Chasles, soustraction • définition de $k\vec{u}$, formules $k(\vec{u} + \vec{v}) = k\vec{u} + k\vec{v}$ etc.. • milieu d'un segment : trois caractérisations vectorielles <ul style="list-style-type: none"> 📖 équivalences des énoncés suivants : (i) $\vec{AI} = \frac{1}{2}\vec{AB}$ (ii) $\vec{IA} + \vec{IB} = \vec{0}$ (iii) $\vec{AI} + \vec{BI} = \vec{0}$ • colinéarité de deux vecteurs : définition, application au parallélisme de deux droites, application à alignement de trois points
08	<p>Fonction généralités 2/2 (démonstrations algébriques)</p> <p>  </p> <p>► 06/02</p>	<ul style="list-style-type: none"> • démonstration du sens de variations d'une fonction : une fonction est croissante sur un intervalle lorsqu'elle conserve le sens des relations d'ordre sur cet intervalle une fonction est décroissante sur un intervalle lorsqu'elle inverse le sens des relations d'ordre sur cet intervalle utilisation du signe de $f(a) - f(b)$ dans les exercices • parité d'une fonction : définition d'une fonction paire, impaire, symétrie de la courbe, sens de variation et parité <ul style="list-style-type: none"> 📖 si la fonction est paire, alors dans tout repère orthogonal l'axe des ordonnées est axe de symétrie de la courbe 📖 si la fonction est impaire, alors dans tout repère l'origine du repère est centre de symétrie de la courbe 📖 si f est paire et croissante sur $[a ; b]$, alors f est décroissante sur $[-b ; -a]$ 📖 si f est impaire et croissante sur $[a ; b]$, alors f est croissante sur $[-b ; -a]$
09	<p>Vecteur dans un repère</p> <p>  </p> <p>► 06/03</p>	<ul style="list-style-type: none"> • repère $\mathcal{R} = (\Omega; \vec{i}, \vec{j})$ du plan • dans un repère quelconque : coordonnées de \vec{AB}, de la somme et de la différence de deux vecteurs, du produit d'un vecteur par un réel <ul style="list-style-type: none"> 📖 dans un repère quelconque : $\vec{AB} \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$, si $\vec{u} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ alors $\vec{u} + \vec{v} \begin{pmatrix} x+x' \\ y+y' \end{pmatrix}$ et autres formules 🖨 on entre x_A, y_A, x_B, y_B : le programme donne les coordonnées de \vec{AB} • définition du déterminant, théorème de la colinéarité de deux vecteurs et déterminant <ul style="list-style-type: none"> 📖 Dans tout repère \mathcal{R} du plan : \vec{u} et \vec{v} sont colinéaires $\Leftrightarrow \det_{\mathcal{R}}(\vec{u}, \vec{v}) = 0$ application du déterminant : alignement de trois points, parallélisme de deux droites

10	Fonction affine   ► 20/03	<ul style="list-style-type: none"> • écriture littérale $ax + b$, cas particulier des fonctions linéaires, des fonctions constantes ; par abus de langage, a est appelé coefficient directeur de la fonction affine • pour toute <u>fonction linéaire</u> : l'image d'un nombre est proportionnelle à ce nombre • pour une fonction affine interprétation du coefficient directeur comme taux d'accroissement  si f est affine $x \mapsto ax + b$, alors pour tous nombres distincts x_1 et x_2 on a : $\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = a$  on entre les nombres $x_1, f(x_1), x_2, f(x_2)$ avec $x_1 \neq x_2$ et le programme calcule a et le b de la fonction affine f • dans tout repère, la représentation graphique d'une fonction est une droite non parallèle à l'axe des ordonnées • signe de $ax + b$ avec $a \neq 0$: règle des signes de $ax + b$, tableau de signes de $ax + b$, d'un produit, d'un quotient  règle : $ax + b, a \neq 0$ est « du signe de a à droite de sa racine », la racine étant la solution de l'équation $ax + b = 0$
11	Probabilités  ou  ► 03/04	<ul style="list-style-type: none"> • expérience aléatoire, univers des possibles Ω, notion événement, événement impossible \emptyset, événement certain Ω • contraire \bar{A} d'un événement A, intersection $A \cap B$, réunion $A \cup B$ • événements incompatibles : $A \cap B = \emptyset$ • probabilité comme limite de la fréquence ou bien définie par une loi de probabilité sur Ω, notation $p(A)$ • formules : $p(\bar{A}) = 1 - p(A)$; $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$; si A et B sont incompatibles : $p(A \cup B) = p(A) + p(B)$ • équiprobabilité : définition, formule : $p(E) = \frac{\text{nombre d'issues dont est formé } E}{\text{nombre d'issues dont est formé } \Omega}$
12	Fonctions de référence  ou  ► 08/05	<ul style="list-style-type: none"> • fonction carré : définie sur \mathbb{R} par $x \mapsto x^2$, parité, sens de variation, règle du rangement des carrés • fonction cube : définie sur \mathbb{R} par $x \mapsto x^3$, parité, sens de variation • fonction inverse : définie sur $\mathbb{R} - \{0\}$ par $x \mapsto \frac{1}{x}$, parité, sens de variation • fonction racine carrée : définie sur $[0 ; +\infty[$ par $x \mapsto \sqrt{x}$, sens de variation  pour $a > 0$ et $b > 0$: $\sqrt{a + b} < \sqrt{a} + \sqrt{b}$ • réinvestissement résolution d'une équation/inéquation par lecture graphique • positions relatives sur $[0 ; 1]$ et sur $[1 ; +\infty[$ des courbes représentatives de racine carrée, identité, carré, cube  positionnement relatif des courbes de $x \mapsto x, x \mapsto x^2, x \mapsto x^3$ sur $[0 ; +\infty[$. • recherches d'extremum avec des fonctions de type polynôme de degré (<i>le nom est hors programme</i>)

13	<p>Droite dans un repère</p> <p>📅📅 ou 📅📅📅 ▶ 29/05</p>	<ul style="list-style-type: none"> vecteur directeur d'une droite, équation cartésienne, l'équation réduite pour une droite non parallèle à l'axe des ordonnées : coefficient directeur (ou pente), formule $a_{(AB)} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$, lecture graphique du coefficient directeur, utilisation du coefficient directeur pour étudier le parallélisme de deux droites, ordonnée à l'origine tracer une droite à partir de son équation réduite ou à partir de l'une de ses équations cartésiennes système de deux équations linéaires à deux inconnues $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$: interprétation graphique de chaque ligne et du couple solution, système admettant un unique couple solution, résolution par combinaison, résolution par substitution calcul des coordonnées du point d'intersection de deux droites sécantes
14	<p>Pourcentages et statistiques</p> <p>📅📅📅</p>	<ul style="list-style-type: none"> pourcentage d'une sous-population dans une population ensembles de référence inclus les uns dans les autres : pourcentage de pourcentage effectif, fréquence, effectif total, somme des fréquences, effectifs cumulés croissants ECC, fréquences cumulées croissantes FCC variation absolue, variation relative coefficient multiplicateur CM lorsque l'on passe de V_0 à V_1, règle pour les évolutions successives, évolution réciproque $CM_{réciproque}$ 📖 formules : $CM = 1 + \frac{t}{100}$; $t = (CM - 1) \times 100$; $CM_{global} = CM_1 \times CM_2$; $CM_{récip} = \frac{1}{CM}$; $t_{récip} = (CM_{récip} - 1) \times 100$ caractéristiques de position d'une série statistique : moyenne simple ou pondérée, médiane, premier quartile Q1, troisième quartile Q3, linéarité de la moyenne 📖 $\overline{ax + b} = a \times \bar{x} + b$ caractéristiques de dispersion : étendue, intervalle interquartile, écart interquartile, variance et écart type σ représentation graphique d'une série statistique : boîte à moustaches
15	<p>Échantillonnage</p> <p>📅</p>	<ul style="list-style-type: none"> échantillon de taille n pour une expérience à deux issues, intervalle de fluctuation de la fréquence, propriété « lorsque n est grand, la fréquence observée est proche de la probabilité », conséquence sur une estimation de la probabilité d'un événement fonction Python renvoyant le nombre ou la fréquence de succès dans un échantillon de taille n pour une expérience aléatoire à deux issues, simuler N échantillons de taille n dans une expérience aléatoire à deux issues, intervalle de fluctuation en $\frac{1}{\sqrt{n}}$.