

Exercices [nature d'un nombre, arithmétique dans \mathbb{N}]

Exercice .01

Compléter sans justification sur la copie par \in ou \notin :

	\mathbb{N}	\mathbb{Z}	\mathbb{D}	\mathbb{Q}	\mathbb{R}	Nature du nombre
$a = (-3)^4$						Sa nature est :
$b = -53$						Sa nature est :
$c = \frac{3}{25} + 1$						Sa nature est :
$d = \frac{7}{3}$						Sa nature est :
$e = \sqrt{13}$						Sa nature est :
$f = \pi$						Sa nature est :

Exercice .02

Démontrer que $\frac{-3}{40} \in \mathbb{D}$

Exercice .03

Démontrer que le produit de deux nombres rationnels est toujours un nombre rationnel.

Exercice .04

Le produit de deux nombres irrationnels est-il toujours un nombre irrationnel ?

Exercice .05

Écrire un programme en TI-Basic qui demande d'entrer $n \in \mathbb{N}$ et $p \in \mathbb{N}^*$ puis indique si oui ou non p est un diviseur de n .

Exercice .06

Démontrer que le carré d'un entier naturel pair est pair.

Exercice .07

Démontrer que le carré d'un entier naturel impair est impair.

Exercice .08

Démontrer que la somme de deux nombres impairs est un nombre pair.

Exercice .09

Écrire un programme en TI-Basic qui affiche tous les diviseurs de $n \in \mathbb{N}^*$.

Exercice .10

Déterminer la nature du nombre $a = \frac{\frac{2}{3} - 1}{\frac{2}{3} + 1}$

Exercice .11

Déterminer la nature de :

$$b = \left(-\frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{5}{12}\right) \times (-48)$$

Exercice .12

À l'aide de la calculatrice indiquer si oui ou non le nombre $a = 750$ est le carré d'un entier.

On note k le plus petit entier naturel non nul tel que $a \times k$ est un carré parfait (c'est-à-dire le carré d'un certain entier naturel).

Déterminons k et précisons de quel entier naturel $a \times k$ est le carré par deux méthodes différentes.

méthode 1

Déterminer la DFPF de 750, en déduire la réponse à la question posée.

méthode 2

Écrire un programme en TI-basic donnant la réponse à la question posée.

Exercice .13

Une unité de distance étant choisie, on considère un triangle rectangle dont les trois côtés ont pour longueurs des entiers.

On note a la longueur de l'hypoténuse, b et c celles des deux côtés de l'angle droit.

1. Montrer que l'un au moins des trois nombres a, b, c est pair.
2. Est-il possible que les trois nombres a, b, c soient pairs ?

[relation d'ordre]

Exercice .14

Résoudre dans \mathbb{R} chacune des inéquations (on donnera l'ensemble des solutions sous la forme d'un intervalle) :

1. $-3x - 7 > 11$
2. $\frac{x+1}{3} \geq 5$

Exercice .15

Résoudre dans \mathbb{R} chacune des inéquations (on donnera l'ensemble des solutions sous la forme d'un intervalle) :

1. $\frac{x-7}{-2} < 3$
2. $\frac{x+2}{3} + \frac{-x+1}{4} \leq \frac{5}{6}$

Exercice .16

Soit x un réel quelconque.

Comparer $A = x^2 + 2x + 3$ et $B = (x + 1)^2$.

Exercice .17

On sait que $a < 5$ et $b < 7$; que peut-on en déduire pour $a + b$?

Exercice .18

On donne les deux encadrements : $-2 < c < 1$ et $5 < d < 7$.

1. Donner un encadrement de $c + d$.
2. Donner un encadrement de $c - d$.

[racine carrée]

Exercice .19

Simplifier les écritures :

$$A = (\sqrt{13})^2 \qquad B = \sqrt{5^2} \qquad C = \sqrt{(-8)^2}$$

Exercice .20

Simplifier les écritures :

$$D = \sqrt{20} - 7\sqrt{45} \qquad E = \sqrt{175} + \sqrt{28} - \sqrt{7}$$
$$F = \sqrt{2} \times \sqrt{6} + \sqrt{3} \qquad G = \sqrt{25 - 16}$$

Exercice .21

Déterminer la nature de :

$$H = \frac{1}{\sqrt{2} - 1} \times \frac{1}{\sqrt{2} + 1}$$

Exercice .22

Écrire sans radical au dénominateur :

$$A = \frac{1}{\sqrt{2}} \qquad B = \frac{7}{\sqrt{5} - \sqrt{3}} \qquad C = \frac{3}{\sqrt{7} + 2}$$