

Problème

Chacune des 26 lettres est associée à l'un des entiers de 0 à 25 en utilisant le tableau de correspondance suivant :

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25

Pour coder une lettre :

- on note x l'entier associé à la lettre par le tableau de correspondance,
- on note y le reste de la division euclidienne de $7x + 2$ par 26
- on associe à y une lettre par le tableau de correspondance.

Ainsi, par exemple, pour coder la lettre **M** :

- le nombre associé à **M** est 12 ($x = 12$)
- on calcule $7x + 2$: $7(12) + 2 = 86$, la division euclidienne de 86 par 26 s'écrit $86 = 3 \times 26 + 8$ avec $0 \leq 8 < 26$ donc son reste est 8 ($y = 8$)
- par le tableau de correspondance, on associe à 8 la lettre I

Conclusion : lorsque l'on code la lettre **M** on obtient la lettre I.

1. Coder le mot **MATH**.

2. Soit a et b deux entiers relatifs.

- Montrer que 7 admet un inverse modulo 26, et un seul, appartenant à $\llbracket 0; 25 \rrbracket$ et préciser la valeur de ce nombre.
- Démontrer l'implication : $b \equiv 7a + 2 \pmod{26} \Rightarrow a \equiv 15b + 22 \pmod{26}$.
- Démontrer l'implication : $a \equiv 15b + 22 \pmod{26} \Rightarrow b \equiv 7a + 2 \pmod{26}$.

3. Décoder le mot « WU » présent dans un message.

4. Le programme Python suivant aide à coder ou décoder des messages :

```
# [Thiaude P, tous droits réservés]
table=['A','B','C','D','E','F','G','H','I','J','K','L','M','N','O',\
'P','Q','R','S','T','U','V','W','X','Y','Z']
def x(lettre:str):
    for k in range(0, ):
        if table[k]== :
            return k
def coder(motacoder:str):
    for lettre in motacoder:
        print(table[(7*x( ))+2)%26],end="")
def decoder(motadecoder:str):
    for lettre in motadecoder:
        print(table[( )*x( )+22)%26],end="")
```

Compléter les parties manquantes puis utiliser ce programme pour décoder le message important suivant : FWMNWMRYQZWGYGRBCBMIGERE.