ACTIVITES 02. Géométrie vectorielle de l'espace (2s) Thiaude P.

$\boxed{P}$ Relation de Chasles

Pour tous points A, B et C de l'espace : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$.

$\boxed{D}$ Somme de deux vecteurs

Pour ajouter deux vecteurs de l'espace on peut les placer « bout à bout » dans l'espace, on peut aussi construire le « parallélogramme des forces ».

$\boxed{P}$ Caractérisation vectorielle du milieu d'un segment

Soient A et B tels que $A \neq B$, le point I est le milieu de $[AB]$ lorsque l'une des égalités équivalentes suivantes est vérifiée :

- $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}$
- $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$

$\boxed{P}$ Unicité du point vérifiant une égalité vectorielle $\overrightarrow{AM} = \vec{u}$

Pour A et $\vec{u}$ donnés dans l'espace, il existe un unique point M de l'espace vérifiant : $\overrightarrow{AM} = \vec{u}$.

$\boxed{P}$ Somme de plusieurs vecteurs de l'espace

Pour ajouter des vecteurs de l'espace on peut les placer « bout à bout » dans l'espace.

☐ A01 **[Livre p.64 .16]** Sans justification, remplacer les pointillés par le sommet du cube $ABCDEFGH$qui convient :

1. $\overrightarrow{B\,...} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BG}$ **2.** $\overrightarrow{B\,...} = \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{GD}$

3. $\overrightarrow{C\,...} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{DG}$ **4.** $\overrightarrow{A\,...} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DE} + \overrightarrow{BD}$

☐ A02 **[Livre p.64 .16]**

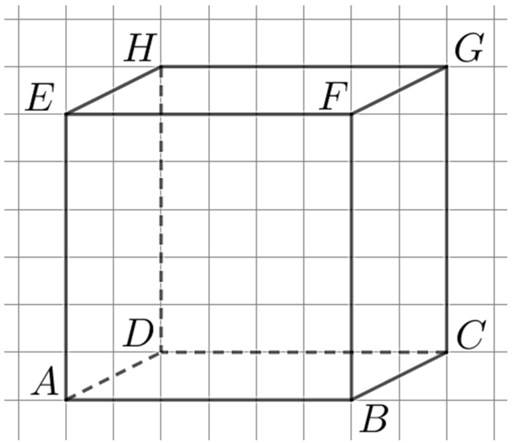
Soit $ABCDEFGH$ un cube.

- Placer le point K tel que :

$\overrightarrow{AK} = \overrightarrow{AE} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$

- Placer le point L tel que :

$\overrightarrow{EL} = \overrightarrow{EH} + \frac{1}{3}\overrightarrow{EF} + \overrightarrow{EA}$



☐ A03 **[Livre* p.66 .49]**

Dans un tétraèdre $ABCD$: E est le milieu de $[AB]$ et F est le milieu de $[CD]$. Faire une figure puis exprimer $\overrightarrow{EF}$ en fonction de $\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{BC}$.

☐ A04 **[Livre p.64 .18]**

Dans chacun des cas suivants, exprimer $\overrightarrow{AB}$ en fonction de $\overrightarrow{AC}$.

1. $4\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{BC} = \vec{0}$ **2.** $2\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC}$

$\boxed{D}$ Vecteurs colinéaires

Deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ de l'espace sont **colinéaires** lorsqu'il existe un réel k tel que : $\vec{u} = k\vec{v}$ ou $\vec{v} = k\vec{u}$.

$\boxed{P}$ Soient $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs de l'espace :

- on a l'équivalence : $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires $\Leftrightarrow$ $\vec{v}$ et $\vec{u}$ sont colinéaires.
- $\vec{0}$ est colinéaire à tout vecteur de l'espace (*y compris* $\vec{0}$)
- pour $\vec{u}$ et $\vec{v}$ vecteurs tous deux non nuls de l'espace on a l'équivalence : $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires $\Leftrightarrow$ $\vec{u}$ et $\vec{v}$ ont même direction.

☐ A05 En utilisant la définition de la colinéarité, justifier que $\vec{0}$ est colinéaire à tout vecteur de l'espace.

☐ A06 **[Livre* p.64 .22]**

Soient A, B, C et D des points de l'espace, montrer que les vecteurs $\vec{u} = 9\overrightarrow{AB} - 6\overrightarrow{AC} + 3\overrightarrow{AD}$ et $\vec{v} = 3\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}$ sont colinéaires.

$\boxed{D}$ Vecteurs directeurs d'une droite

On dit que $\vec{u} \neq \vec{0}$ est un vecteur directeur d'une droite $\mathcal{D}$ de l'espace lorsqu'il existe deux points A et B de cette droite tels que $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$.

On dit alors que $(A; \vec{u})$ est un repère de la droite $\mathcal{D}$.

$\boxed{P}$ Caractériser vectoriellement les points d'une droite

La droite (AB) est l'ensemble des points M de l'espace tels que $\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont colinéaires : $M \in (AB) \Leftrightarrow \exists k \in \mathbb{R}$ tel que $\overrightarrow{AM} = k\overrightarrow{AB}$.

☐ A07 ABC est un triangle et $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$. Montrer que $M \in (BC)$.

$\boxed{D}$ Points coplanaires, vecteurs coplanaires

Des **points** de l'espace sont **coplanaires** lorsqu'il existe au moins un plan de l'espace les contenant tous.

💣 4 points de l'espace ne sont pas toujours coplanaires.

Les **vecteurs** sont **coplanaires** lorsque leurs représentants de même origine A ont leurs extrémités dans un même plan passant par A.

$\boxed{P}$ Trois vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ sont coplanaires si et seulement si il existe trois réels a, b, c non tous nuls tels que : $a\vec{u} + b\vec{v} + c\vec{w} = \vec{0}$.

$\boxed{P}$ Soient $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs non colinéaires : dire que $\vec{u}$**,** $\vec{v}$ **et** $\vec{w}$ **sont coplanaires** revient à dire que $\vec{w}$ peut s'écrire comme combinaison linéaire de $\vec{u}$ et $\vec{v}$, c'est-à-dire il existe deux réels α et β tels que $\vec{w} = \alpha\vec{u} + \beta\vec{v}$.

☐ **A08 [Livre* p.64 .24]**

A, B, C et D sont des points tels que : $-3\overrightarrow{AD} + 5\overrightarrow{BD} + 2\overrightarrow{CD} = \vec{0}$

- Peut-on affirmer que les vecteurs $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{BD}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont coplanaires ?
- Montrer que : $\overrightarrow{AD} = \frac{5}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$.

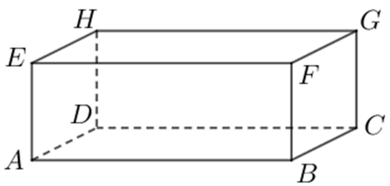
$\boxed{D}$ Plans parallèles, plans sécants

Deux **plans** sont **parallèles** lorsque l'on est dans l'un des cas suivants :

- ils ont **tous** leurs points en commun : ils sont alors **confondus**
- ils n'ont **aucun** point en commun : ils sont alors **strictement parallèles**.

Deux plan qui ne sont pas parallèles sont **sécants** : ils se coupent alors suivant une droite (admis).

☐ **A09 [Livre* p.64 .28]**



$ABCDEFGH$ est le parallélépipède rectangle représenté ci-contre : pour chacun des couples de plans qui suivent, préciser s'ils sont sécants, strictement parallèles ou bien confondus.

Lorsqu'ils sont sécants, donner sans justification leur droite d'intersection.

1. (ABC) et (FGH) **2.** (ABF) et (AEG)

3. (EFG) et (EHF) **4.** (ADE) et (BFH)

$\boxed{P}$ Caractérisation vectorielle des points d'un plan

Soient A, B et C trois points non alignés de l'espace, le plan (ABC) est l'ensemble des points M de l'espace tels que $\overrightarrow{AM}$ peut s'écrire comme combinaison linéaire de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$:

$$\boxed{M \in (ABC) \Leftrightarrow \exists(x, y) \in \mathbb{R}^2 \text{ tels que : } \overrightarrow{AM} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}}$$

On dit que $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont **deux vecteurs directeurs** du plan (ABC).

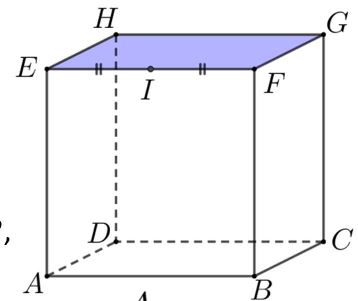
Soient $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs non colinéaires de l'espace, le plan passant par A et de vecteurs directeurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ est l'ensemble des points M de l'espace tels que $\overrightarrow{AM}$ peut s'écrire comme combinaison linéaire de $\vec{u}$ et $\vec{v}$:

$$\boxed{M \in \mathcal{P}(A; \vec{u}, \vec{v}) \Leftrightarrow \exists(x, y) \in \mathbb{R}^2 \text{ tels que : } \overrightarrow{AM} = x\vec{u} + y\vec{v}}$$

On dit que : $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont **deux vecteurs directeurs du plan**, que $(\vec{u}, \vec{v})$ est **base du plan**, que $(A; \vec{u}, \vec{v})$ est un **repère du plan**.

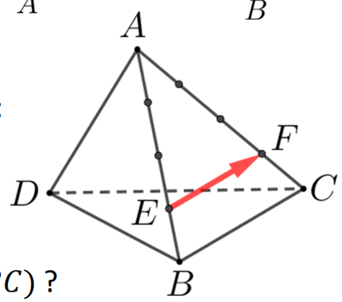
Notons que pour un plan donné il y a plusieurs choix possibles pour les vecteurs directeurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ ainsi que pour le point A : les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ doivent être des vecteurs non colinéaires de ce plan et A doit être un point de ce plan.

Exemple



$ABCDEFGH$ est un cube, I est le milieu de $[EF]$, on note $\mathcal{P}$ le plan défini par les trois points non alignés E, F et G : (EFG) est une autre notation de $\mathcal{P}$, $(\overrightarrow{EI}, \overrightarrow{EH})$ et $(\overrightarrow{FG}, \overrightarrow{EG})$ sont deux bases de $\mathcal{P}$, $(H; \overrightarrow{HE}, \overrightarrow{HG})$ et $(E; \overrightarrow{EI}, \overrightarrow{EH})$ sont deux repères de $\mathcal{P}$, (ABC) et $\mathcal{P}$ sont strictement parallèles.

☐ **A10 [Livre* p.65 .29]**



Soit $ABCD$ un tétraèdre, E et F des points tels que :

$$\overrightarrow{AE} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB} \text{ et } \overrightarrow{AF} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$$

1. Montrer que : $\overrightarrow{EF} = \frac{3}{4}\overrightarrow{BC}$ $(*)$.

2. a. Que peut-on déduire de $(*)$ pour (EF) et (BC) ?

b. Que peut-on déduire de $(*)$ pour la position relative de la droite (EF) et du plan (ABC) ?

D Base de l'espace, coordonnées d'un vecteur

Une **base de l'espace** est un triplet de vecteurs non coplanaires :

$(\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$ est une base de l'espace $\overset{déf}{\Longleftrightarrow}$ $\vec{\imath},\vec{\jmath}$ et $\vec{k}$ ne sont pas coplanaires.

Soit $(\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$ une base de l'espace alors pour tout vecteur $\vec{u}$ de l'espace il existe un unique triplet (x,y,z) de réels tel que : $\vec{u}=x\vec{\imath}+y\vec{\jmath}+z\vec{k}$.

On dit que (x,y,z) est le **triplet des coordonnées du vecteur** $\vec{u}$ dans $(\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$ et on écrit $\vec{u}\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}$.

☐ **A11** Soit $(\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$ une base de l'espace.

1. Déterminer les coordonnées de $\vec{u}=2\vec{\imath}+3\vec{\jmath}+5(\vec{\imath}-\vec{k})$.
2. Soit $\vec{v}\begin{pmatrix}6\\2\\-1\end{pmatrix}$: exprimer $\vec{v}$ en fonction de $\vec{\imath},\vec{\jmath}$ et $\vec{k}$.

D Repère de l'espace, coordonnées d'un point

$(A\,;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$ est un repère de l'espace d'origine A lorsque $\vec{\imath}$, $\vec{\jmath}$ et $\vec{k}$ sont des vecteurs non coplanaires.

P Soit $(O\,;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$ un repère de l'espace alors pour tout point M de l'espace il existe un unique triplet (x,y,z) de nombres réels tel que :

$$\overrightarrow{OM}=x\vec{\imath}+y\vec{\jmath}+z\vec{k}$$

On dit M a pour **coordonnées** $(x;y;z)$ dans ce repère, on écrit $M(x;y;z)$.

Le nombre x est l'**abscisse** du point M, $\boldsymbol{y}$ est son **ordonnée** et $\boldsymbol{z}$ sa **cote**.

L'origine du repère a toujours pour coordonnées $(0;0;0)$.

F Dans un repère $(O\,;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$ de l'espace on considère $\vec{u}\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}$, $\vec{v}\begin{pmatrix}x'\\y'\\z'\end{pmatrix}$, $A(x_A;y_A;z_A)$ et $B(x_B;y_B;z_B)$, alors :

- $\vec{u}+\vec{v}\begin{pmatrix}x+x'\\y+y'\\z+z'\end{pmatrix}$
- $\vec{u}-\vec{v}\begin{pmatrix}x-x'\\y-y'\\z-z'\end{pmatrix}$
- $k\vec{u}\begin{pmatrix}kx\\ky\\kz\end{pmatrix}$
- $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}x_B-x_A\\y_B-y_A\\z_B-z_A\end{pmatrix}$

☐ **A12** Dans l'espace muni d'un repère on considère $A(1;4;3)$, $B(3;7;4)$ et $C(9;16;7)$. Montrer qu'il existe un réel k tel que $\overrightarrow{AC}=k\overrightarrow{AB}$, que peut-on en déduire pour la position relative des points A, B et C ?

☐ **A13 [Livre* p.65 .36]**

Dans l'espace muni d'un repère on donne $A(1;0;4)$, $B(2;0;6)$,$C(3;4;0)$ et $D(2;4;-2)$. Montrer que $ABCD$ est un parallélogramme.

☐ **A14 [Livre* p.65 .37] vecteurs coplanaires**

Dans l'espace muni d'un repère on donne $\vec{u}\begin{pmatrix}3\\1\\2\end{pmatrix}$, $\vec{v}\begin{pmatrix}3\\-2\\4\end{pmatrix}$ et $\vec{w}\begin{pmatrix}-3\\8\\-8\end{pmatrix}$.

1. Calculer les coordonnées du vecteur $2\vec{u}-3\vec{v}$.
2. Justifier que $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ sont coplanaires.

☐ **A15 [Livre* p.65 .38] vecteurs coplanaires**

Dans l'espace muni d'un repère on donne $\vec{u}\begin{pmatrix}-3\\2\\4\end{pmatrix}$, $\vec{v}\begin{pmatrix}-1\\2\\1\end{pmatrix}$ et $\vec{w}\begin{pmatrix}2\\0\\-3\end{pmatrix}$.

Calculer les coordonnées de $\vec{u}-\vec{v}+\vec{w}$: que peut-on en déduire ?

P Représentation paramétrique d'une droite

Soient $\boldsymbol{\alpha}$, $\boldsymbol{\beta}$, $\boldsymbol{\gamma}$ trois réels et $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$,$\boldsymbol{c}$ trois réels non tous nuls, alors l'ensemble des points $M(x;y;z)$ de l'espace pour lesquels il existe $t\in\mathbb{R}$ tel que $\begin{cases}x=\boldsymbol{\alpha}+t\boldsymbol{a}\\y=\boldsymbol{\beta}+t\boldsymbol{b}\\z=\boldsymbol{\gamma}+t\boldsymbol{c}\end{cases}$ $(*)$ est la droite passant par$A(\boldsymbol{\alpha};\boldsymbol{\beta};\boldsymbol{\gamma})$ et de vecteur directeur $\vec{u}\begin{pmatrix}\boldsymbol{a}\\\boldsymbol{b}\\\boldsymbol{c}\end{pmatrix}$, $(*)$ est une **représentation paramétrique** de cette droite

☐ **A16 [Livre* p.65 .40] représentation paramétrique d'une droite**

Dans l'espace muni d'un repère on considère la droite $\mathcal{D}$ de représentation paramétrique : $\begin{cases}x=3-2t\\y=1+3t\,,t\in\mathbb{R}.\\z=2+t\end{cases}$

1. Déterminer les coordonnées d'un point et d'un vecteur directeur de $\mathcal{D}$.
2. Déterminer les coordonnées du point A de $\mathcal{D}$ d'abscisse 5 et celles du point B de $\mathcal{D}$ de cote 3.
3. Le point $C(7;-5;0)$appartient-il à d ?
4. Le point $E(-5;13;1)$ appartient-il à d ?

☐ **A17** Dans l'espace muni d'un repère on note $\mathcal{D}$ la droite passant par $E(1;4;0)$ et de vecteur directeur $\vec{u}\begin{pmatrix}2\\3\\-1\end{pmatrix}$: donner une représentation paramétrique de $\mathcal{D}$. Le point $F(11;19;-5)$ appartient-il à $\mathcal{D}$?
On sait que le point $G \in \mathcal{D}$ et $x_G = 9$: calculer y_G et z_G.

$\boxed{M}$ Pour déterminer si $\vec{u}\begin{pmatrix}a\\b\\c\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}a'\\b'\\c'\end{pmatrix}$ non nuls sont ou non colinéaires, on pose le système $\begin{cases}k\times a = a'\\ k\times b = b'\\ k\times c = c'\end{cases}$ où k est l'inconnue et on regarde si l'on obtient ou non une contradiction sur la valeur de k.

☐ **A18** Dans l'espace muni d'un repère on considère les deux vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix}\sqrt{2}\\-\sqrt{6}\\5\sqrt{2}\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}2\\-2\sqrt{3}\\10\end{pmatrix}$: montrer qu'il sont colinéaires.

☐ **A19** Dans l'espace muni d'un repère déterminer si les vecteurs suivants sont ou non colinéaires : $\vec{u}\begin{pmatrix}5\\-7\\3\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}-10\\14\\12\end{pmatrix}$.

☐ **A20** Dans l'espace muni d'un repère on considère $A(1;2;4)$, $B(4;0;3)$ et $C(7;-2;2)$: les points A, B et C sont-ils alignés ?

$\boxed{M}$ Deux droites de l'espace sont parallèles lorsqu'un vecteur directeur de l'une et un vecteur directeur de l'autre (au choix) sont colinéaires.

☐ **A21** Dans l'espace muni d'un repère on considère :

$$\mathcal{D}:\begin{cases}x = 1+2t\\ y = 7+t\\ z = 5+3t\end{cases},t\in\mathbb{R} \text{ et } \Delta:\begin{cases}x = 4+k\\ y = 6+3k\\ z = 6+5k\end{cases},k\in\mathbb{R}.$$

Montrer que $\mathcal{D}$ et Δ sont sécantes. indication = (5, 9, 11)

☐ **A22** Dans l'espace muni d'un repère on considère :

$$\mathcal{D}:\begin{cases}x = 5+t\\ y = 3+2t\\ z = 1-t\end{cases},t\in\mathbb{R} \text{ et } \Delta:\begin{cases}x = 6-2k\\ y = 5-4k\\ z = 2k\end{cases},k\in\mathbb{R}.$$

1. Montrer que $\mathcal{D} /\!/ \Delta$.
2. Soit $A(5;3;1)$: montrer que A appartient à $\mathcal{D}$ et appartient à Δ.
3. Déduire des questions précédentes la position relative de $\mathcal{D}$ et Δ.

$\boxed{D}$ Trois vecteurs forment **une base de l'espace** lorsque ces trois vecteurs sont non coplanaires.

☐ **A23** Dans une base de l'espace on donne :

$$\vec{u}\begin{pmatrix}1\\-3\\2\end{pmatrix},\ \vec{v}\begin{pmatrix}1\\5\\2\end{pmatrix} \text{ et } \vec{w}\begin{pmatrix}4\\-4\\8\end{pmatrix}$$

Montrer que les vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ ne forment pas une base de l'espace.

☐ **A24** Dans une base de l'espace on donne :

$$\vec{u}\begin{pmatrix}2\\4\\-5\end{pmatrix},\ \vec{v}\begin{pmatrix}5\\1\\3\end{pmatrix} \text{ et } \vec{w}\begin{pmatrix}7\\5\\1\end{pmatrix}$$

Montrer que les vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ forment une base de l'espace.

☐ **A25** Dans l'espace muni d'un repère $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$ on donne :

$$\vec{u}\begin{pmatrix}4\\2\\1\end{pmatrix},\ \vec{v}\begin{pmatrix}3\\0\\2\end{pmatrix} \text{ et } \vec{w}\begin{pmatrix}5\\1\\3\end{pmatrix}.$$

Montrer que $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ forment une base de l'espace.

Déterminer les coordonnées de $\vec{t}\begin{pmatrix}6\\3\\2\end{pmatrix}$ dans la base $\mathcal{B} = (\vec{u},\vec{v},\vec{w})$.

indication : $\vec{t} = x\vec{u} + y\vec{v} + z\vec{w}$, $\vec{t} = \vec{u} - \vec{v} + \vec{w}$

☐ **A26** Dans l'espace muni d'un repère on considère $A(1;5;6)$, $B(2;6;9)$, $C(5;3;12)$ et $D(3;2;7)$.

- montrer que $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ ne sont pas colinéaires
- montrer que les points A, B, C et D sont coplanaires.

indication : $2x + y - z = 1$

☐ **A27** **[Livre* p.70 .106]**

Dans l'espace muni d'un repère on considère $A(1;2;3)$, $B(2;0;1)$ et $C(2;-1;3)$.

1. Démontrer que $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ ne sont pas colinéaires.

2. Déterminer $z \in \mathbb{R}$ sachant que $D(1;-3;z)$ appartient au plan (ABC).

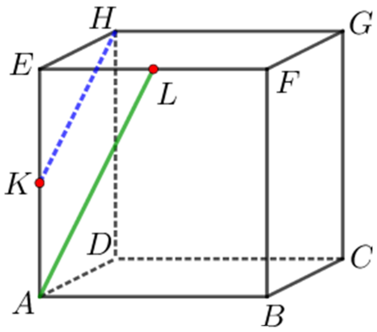
☐ **A28** $ABCDEFGH$ est un cuble, K est le milieu de $[AE]$ et L est le milieu de $[EF]$.

On se place dans le repère $(A;\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AE})$.

1. Donner en justifiant les coordonnées de K et H, en déduire les coordonnées de $\overrightarrow{KH}$.

2. Donner sans justification les coordonnées de L, en déduire les coordonnées de $\overrightarrow{AL}$.

3. Les droites (KH) et (AL) sont-elles parallèles ?



☐ **A29**

Soit $ABCDEFGH$ un cube, K et L tels que :

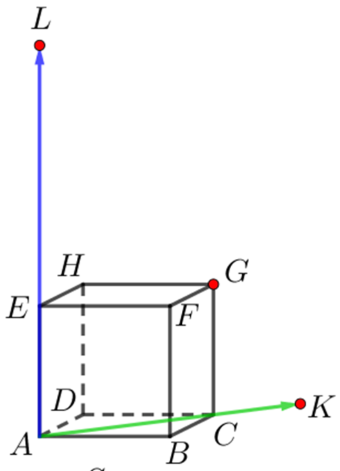
$$\overrightarrow{AK} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AC} \text{ et } \overrightarrow{AL} = 3\overrightarrow{AE}$$

1. Exprimer $\overrightarrow{AG}$ en fonction de $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AE}$, en déduire que :

$$\overrightarrow{KG} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AE}$$

2. Exprimer $\overrightarrow{KL}$ en fonction de $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AE}$.

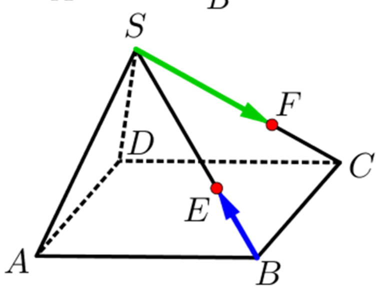
3. Montrer que K, G et L sont alignés.



☐ **A30** **[Livre* p.67 .65] droites parallèles**

$SABCD$ est une pyramide dont la base $ABCD$ est un parallélogramme, E et F sont définis par :

$$\overrightarrow{BE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BS} \text{ et } \overrightarrow{SF} = \frac{2}{3}\overrightarrow{SC}.$$



Démontrer que (AF) et (DE) sont sécantes.

$\boxed{P}$ Théorème du toit ...

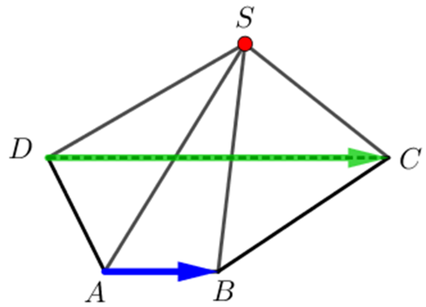
☐ **A31** **théorème du toit**

Soit $SABCD$ une pyramide de sommet S telle que $\overrightarrow{CD} = -3\overrightarrow{AB}$.

(représentation en perspective cavalière)

1. Montrer que les plans (SAB) et (SCD) sont sécants.
On note Δ leur droite d'intersection.

2. Justifier que Δ est parallèle à (AB) et à (CD) puis représenter Δ sur la figure.



☐ **A32** $ABCD$ est un tétraèdre, I, J, K et L sont les milieux de $[AB]$, $[AC]$, $[AD]$ et $[CD]$: les vecteurs $\overrightarrow{IJ}$, $\overrightarrow{KL}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont-ils coplanaires ?