6e 06 Division décimale

■ Chercher d'un nombre

• exemple

On cherche à déterminer le nombre $\boxed{?}$ tel que $\mathbf{8} = \boxed{?} \times 5$. Quelques essais montrent que le nombre cherché $\boxed{?}$ est strictement compris entre 1 et 2, ce n'est donc pas, dans cet exemple, un nombre entier.

• cas général

On se donne un nombre décimal $\boldsymbol{a}$ et un nombre entier b non nul, on cherche le nombre $\boldsymbol{q}$ (qui n'est pas forcément décimal) tel que : $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{q} \times b$.

On dit que $\boldsymbol{q}$ est le **quotient**, $\boldsymbol{a}$ est le **dividende** et b est le **diviseur** de la **division décimale** de $\boldsymbol{a}$ par b :

$$\underbrace{\boldsymbol{a}}_{\substack{dividende \\ c'est\ un \\ nombre\ décimal}} = \underbrace{\boldsymbol{q}}_{quotient} \times \underbrace{b}_{\substack{diviseur \\ c'est\ un \\ entier\ non\ nul}}$$

■ Poser une division décimale

• étude d'un exemple

Posons la division décimale de $\mathbf{16{,}2}$ par 3 :

$$\begin{array}{rrr|l}
1 & 6, & 2 & 3 \\ \hline
-\ 1 & 5 & \downarrow & 5{,}4 \\ \hline
 & 1 & 2 & \\
- & 1 & 2 & \\ \hline
 & & 0 &
\end{array}$$

Juste après avoir abaissé le ***chiffre des dixièmes*** *à gauche, on écrit* ***à droite une virgule***

On peut en déduire l'égalité : $\mathbf{16{,}2} = \mathbf{5{,}4} \times 3$.

• étude d'un exemple

Posons la division décimale de $\mathbf{1{,}3}$ par 8 :

$$\begin{array}{rrrrr|l}
1, & 3 & 0 & 0 & 0 & 8 \\ \hline
-\ 0 & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & 0{,}1\,6\,2\,5 \\ \hline
1 & 3 & & & & \\
- & 8 & & & & \\ \hline
 & 5 & 0 & & & \\
- & 4 & 8 & & & \\ \hline
 & & 2 & 0 & & \\
 & - & 1 & 6 & & \\ \hline
 & & & 4 & 0 & \\
 & & - & 4 & 0 & \\ \hline
 & & & & 0 &
\end{array}$$

Le **quotient** de la division décimale de $\mathbf{1{,}3}$ par 8 est $\mathbf{0{,}162\ 5}$ et on en déduit l'égalité :
$\mathbf{1{,}3} = \mathbf{0{,}162\ 5} \times 8$

On écrit aussi que $\mathbf{1{,}3} : 8 = \mathbf{0{,}162\ 5}$.

Pour poser la division décimale par un entier **à deux chiffres**, il est souvent utile d'écrire d'abord la table de multiplication de cet entier.

• étude d'un troisième exemple

Effectuons la division décimale de $\mathbf{59{,}8}$ par 23.

$1 \times 23 = 23$	$6 \times 23 = 138$
$2 \times 23 = 46$	$7 \times 23 = 161$
$3 \times 23 = 69$	$8 \times 23 = 184$
$4 \times 23 = 92$	$9 \times 23 = 207$
$5 \times 23 = 115$	$10 \times 23 = 230$

$$\begin{array}{rrr|l}
5 & 9, & 8 & 23 \\ \hline
-\ 4 & 6 & \downarrow & 2{,}6 \\ \hline
1 & 3 & 8 & \\
-\ 1 & 3 & 8 & \\ \hline
 & & 0 &
\end{array}$$

On en déduit que le **quotient** de la division décimale de $\mathbf{59{,}8}$ par 23 est $\mathbf{2{,}6}$ et on peut donc écrire : $\mathbf{59{,}8} = \mathbf{2{,}6} \times 23$ ou encore : $\mathbf{59{,}8} : 23 = \mathbf{2{,}6}$.

On peut vérifier avec la calculatrice en tapant :
$\boxed{5}\boxed{9}\boxed{,}\boxed{8}\boxed{\div}\boxed{2}\boxed{3}\boxed{\text{entrer}}$
et la calculatrice affiche le quotient $q = \mathbf{2{,}6}$.

Hélas, certaines divisions décimales ne s'arrêtent jamais : l'énoncé précise alors avec combien de chiffres après la virgule il faut donner une **troncature** du quotient et on doit « mettre en pause » la division.
On en déduit alors une écriture utilisant le symbole d'approximation :

$$\boldsymbol{a} \approx troncature\ de\ \boldsymbol{q}\ obtenue \times \boldsymbol{b}$$

Lorsque le diviseur n'est pas un nombre entier, on décale sa virgule pour qu'il le devienne et on procède de même pour le dividende : le quotient de la nouvelle division sera égal à celui de la division demandée au début.