

## 6<sup>e</sup> 04 Division euclidienne

### ■ Notions de base

#### • étude d'un exemple

On peut reporter trois fois le nombre 5 dans le nombre 16 :  $3 \times 5 = 15$  qui ne dépasse pas 16, mais on ne peut pas le reporter quatre fois dans  $16 : 4 \times 5 = 20$  qui dépasse 16, donc le **nombre maximal de reports** de 5 dans 16 est 3, on dit que le **quotient** de la division euclidienne de 16 par 5 est 3.

Comme  $3 \times 5 = 15$ , il **reste** à ajouter 1 pour obtenir 16, on dit que le **reste est 1**.

Finalement :  $16 = 3 \times 5 + 1$ , avec  $1 < 5$ .

#### • cas général

Pour  $a$  entier non nul et  $b$  entier non nul plus petit que  $a$  : le nombre maximal  $q$  de reports de  $b$  dans  $a$  s'appelle **quotient** de  $a$  par  $b$ , l'entier  $r$  tel que  $a = q \times b + r$  s'appelle le **reste** de la **division euclidienne** de  $a$  par  $b$  et on a forcément  $r < b$ .

### ■ Poser une division euclidienne

#### • poser la division euclidienne de 152 par 7 :

$$\begin{array}{r} \overline{) 152} \\ \underline{14} \phantom{0} \\ 12 \\ \underline{7} \\ 5 \end{array}$$

L'égalité qui résulte de la division euclidienne est :  $152 = 21 \times 7 + 5$ , avec  $5 < 7$ .

Sur la calculatrice TI Collège, on tape :

1 5 2 2nde ÷ 7 entrer

152 ÷ 7 Q=21 R=5

#### • dividende, diviseur

Le nombre  $a$  s'appelle le **dividende** et le nombre  $b$  s'appelle le **diviseur de cette division euclidienne**. On a donc l'égalité : **dividende** = **quotient**  $\times$  **diviseur** + **reste** avec **reste**  $<$  **diviseur**.

Parfois le nombre  $a$  est présent dans la table de multiplication du nombre  $b$  : le reste est alors nul et on peut écrire  $a = q \times b$ , on dit alors que  $a$  est un multiple de  $b$  ou que  $b$  est un diviseur de  $a$ , ou encore que  $b$  divise  $a$ .

☀ Ne pas confondre « le diviseur de la division euclidienne » avec « un diviseur du nombre  $a$  ».

#### Exemples

• la division euclidienne de 23 par 5 donne :  $23 = 4 \times 5 + 3$ , 5 n'est pas un diviseur du nombre 23.

• la division euclidienne de 35 par 7 donne :  $35 = 5 \times 7 + 0$ , qui s'écrit aussi  $35 = 5 \times 7$  donc 7 est un diviseur du nombre 35.

#### Règle :

« un reste nul permet de reconnaître une divisibilité »

#### • être un diviseur, être un multiple

Quand on peut écrire :  $a = b \times c$  avec trois nombres entiers  $a, b$  et  $c$ ,

on dit que :  $b$  est un diviseur de  $a$

ou que :  $c$  est un diviseur de  $a$

ou que :  $a$  est un multiple de  $b$

ou que :  $a$  est un multiple de  $c$

#### • critères de divisibilité

– « un entier est divisible par 2 lorsque son chiffre des unités est 0, 2, 4, 6 ou 8 »

et on dit alors que l'entier est **pair**,

– « un entier est divisible par 5 lorsque son chiffre des unités est 0 ou 5 »,

– « un entier est divisible par 10 lorsque son chiffre des unités est 0 »,

– « un entier est divisible par 4 lorsque le nombre formé par ses deux derniers chiffres est dans la table de 4 »,

– « un entier est divisible par 3 lorsque la somme de ses chiffres est dans la table de 3 »

– « un entier est divisible par 9 lorsque la somme de ses chiffres est dans la table de 9 »

– « un entier est divisible par 25 lorsque le nombre formé par ses deux derniers chiffres est 00 ou 25 ou 50 ou 75 ».