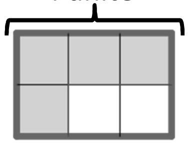
vocabulaire

— fraction de l'unité

l'unité



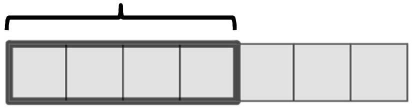
on découpe l'unité en **6 parts égales** : chacune de ces parts représente $\frac{1}{\mathbf{6}}$ de l'unité

— le **dénominateur** est le nombre situé **sous** le trait de fraction : il indique **en combien de parts on découpe l'unité**

— le **numérateur** est le nombre situé **au-dessus** du trait de fraction : il indique **combien de parts on prend**

— **fraction plus grande que l'unité**

l'unité



on découpe l'unité en **4** parts égales donc le dénominateur est **4**, on prend 7 parts donc le numérateur est 7, on en déduit que la zone grisée représente $\frac{7}{\mathbf{4}}$ de l'unité

En observant les deux figures précédentes :

$$4 \times \frac{1}{6} = \frac{1}{6} \times 4 = \frac{4}{6} \text{ et } 7 \times \frac{1}{4} = \frac{1}{4} \times 7 = \frac{7}{4}$$

▶Pour $b \neq 0$:

$$\boldsymbol{a} \times \frac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{b}} = \frac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{b}} \times \boldsymbol{a} = \frac{\boldsymbol{a}}{\boldsymbol{b}}$$

▶Pour $b \neq 0$: $\boldsymbol{a} = \frac{\boldsymbol{a \times b}}{\boldsymbol{b}} = \frac{\boldsymbol{b \times a}}{\boldsymbol{b}}$

▶**Prendre une fraction de** quelque chose c'est **multiplier ce quelque chose par cette fraction.**

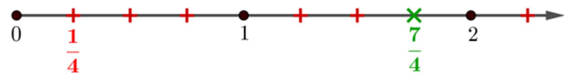
exemple que vaut $\frac{3}{4}$ de 80€ ?

$$\frac{3}{4} \times 80 = \frac{3 \times 80}{4} = \frac{3 \times 20 \times 4}{4} = 3 \times 20 = 60$$

Donc : $\frac{3}{4}$ de 80€ cela donne **60**€.

représentation sur une demi-droite graduée

— pour représenter le nombre $\frac{7}{4}$ sur une demi-droite graduée on reporte 7 fois le quart de l'unité à partir de l'origine de la demi-droite graduée



autre méthode :

$$\frac{7}{4} = \frac{4+3}{4} = \frac{4}{4} + \frac{3}{4} = 1 + \frac{3}{4}$$

puis à partir du nombre 1 on reporte 3 fois vers la droite le quart de l'unité

valeur d'une fraction

On a vu que :

$$\frac{a}{b} \times b = b \times \frac{a}{b} = a$$

Or, dans le chapitre « division décimale » le nombre $\boxed{?}$ tel que : $\boxed{?} \times b = b \times \boxed{?} = a$ est le quotient de la division décimale de a par b donc la valeur de $\frac{a}{b}$ est le quotient de la division décimale de a par b.

▶La **valeur de la fraction** $\frac{a}{b}$ est le **quotient de la division décimale** de a par $b \neq 0$

exemple

En posant la division décimale de 9 par 5 on obtient pour quotient 1,8 donc : $\frac{9}{5} = 1{,}8$.

▶En **multipliant/divisant par un même** entier non nul **le numérateur et le dénominateur** d'une fraction, on **ne change pas sa valeur**.

Exemples de transformations d'écritures

- $\frac{3}{2} = \frac{3 \times \boxed{4}}{2 \times \boxed{4}} = \frac{12}{8}$
- $\frac{35}{15} = \frac{\boxed{5} \times 7}{\boxed{5} \times 3} = \frac{7}{3}$
- $5 = \frac{5 \times 2}{2} = \frac{10}{2}$
- $\frac{18}{9} = \frac{9 \times 2}{9} = 2$

vocabulaire

Une fraction que l'on **ne peut pas simplifier** est une **fraction irréductible**.

▶Pour savoir si une fraction est **plus grande, égale** ou **plus petite** que **1** on regarde si son numérateur est **plus grand, égal, plus petit** que son dénominateur.

exemples

• $\frac{7}{5} > 1$ • $\frac{23}{23} = 1$ • $\frac{4}{9} < 1$

comparer deux fractions

▶Deux fractions ayant même dénominateur sont **rangées comme leurs numérateurs**.

Si les deux fractions ont des dénominateurs différents on se ramène au cas précédent.

exemples

• comparer les fractions $\frac{7}{15}$ et $\frac{11}{15}$

$\frac{7}{\mathbf{15}}$ et $\frac{11}{\mathbf{15}}$ ont même **dénominateur** donc elles sont rangées comme leurs numérateurs.

Or, on a : $7 < 11$, donc : $\mathbf{\frac{7}{15} < \frac{11}{15}}$.

• comparer les fractions $\frac{7}{4}$ et $\frac{11}{8}$

$\frac{7}{4}$ $\frac{7 \times 2}{4 \times 2}$ $\frac{14}{8}$	$\frac{11}{8}$

$\frac{14}{\mathbf{8}}$ et $\frac{11}{\mathbf{8}}$ ont même **dénominateur** donc elles sont rangées comme leurs numérateurs.

Or, on a : $14 > 11$, donc : $\frac{14}{8} > \frac{11}{8}$

puis en revenant aux fractions de départ :

$$\mathbf{\frac{7}{4} > \frac{11}{8}}$$

somme ou différence de deux fractions

▶Pour **ajouter/soustraire** deux fractions **qui ont des dénominateurs égaux** : on **conserve ce dénominateur** et on **ajoute/soustrait** les numérateurs entre eux.

$$\frac{\boldsymbol{a}}{\boldsymbol{b}} + \frac{\boldsymbol{c}}{\boldsymbol{b}} = \frac{\boldsymbol{a+c}}{\boldsymbol{b}} \quad \text{et} \quad \frac{\boldsymbol{a}}{\boldsymbol{b}} - \frac{\boldsymbol{c}}{\boldsymbol{b}} = \frac{\boldsymbol{a-c}}{\boldsymbol{b}}$$

Si les deux fractions ont des dénominateurs différents on se ramène au cas précédent.

exemples

• $\frac{3}{7} + \frac{2}{7} = \frac{3+2}{7} = \mathbf{\frac{5}{7}}$ • $\frac{8}{3} - \frac{1}{3} = \frac{8-1}{3} = \mathbf{\frac{7}{3}}$

• $\frac{1}{5} + \frac{7}{10} = \frac{1 \times 2}{5 \times 2} + \frac{7}{10} = \frac{2}{10} + \frac{7}{10} = \frac{2+7}{10} = \mathbf{\frac{9}{10}}$

• $\frac{5}{21} - \frac{1}{7} = \frac{5}{21} - \frac{1 \times 3}{7 \times 3} = \frac{5}{21} - \frac{3}{21} = \frac{5-3}{21} = \mathbf{\frac{2}{21}}$

vocabulaire

Une **fraction mixte** est la somme d'un **entier** et d'une **fraction de valeur inférieure à 1**.
(on parle aussi de « fraction à l'américaine »)

exemple

$2 + \frac{3}{5}$ est une fraction mixte

$8 + \frac{7}{4}$ n'est pas une fraction mixte ($\frac{7}{4} > 1$)

Le passage de l'écriture « fraction mixte » vers l'écriture habituelle ne pose pas de difficultés.

obtenir l'écriture « fraction mixte »

▶Pour obtenir l'écriture « fraction mixte » en partant de $\frac{a}{b}$ avec $a > b$:

— on pose la **division euclidienne** de a par b

— on **écrit l'égalité qui en résulte**

— on **écrit** $\frac{\boldsymbol{a}}{\boldsymbol{b}}$ puis on **remplace** $\boldsymbol{a}$ grâce à l'égalité précédente, on coupe l'écriture en **une somme** de deux fractions, on **simplifie**

exemple

Donner l'écriture « fraction mixte » de $\frac{31}{5}$:

— on pose la division euclidienne de 31 par 5 :

$$\begin{array}{rr|l} 3 & 1 & 5 \\ \cline{3-3} -3 & 0 & 6 \\ \cline{1-2} & 1 & \end{array}$$

— on en déduit : $31 = 6 \times 5 + 1$

— on a donc :

$$\frac{31}{5} = \frac{6 \times 5 + 1}{5} = \frac{6 \times 5}{5} + \frac{1}{5} = 6 + \frac{1}{5}$$

L'écriture « fraction mixte » est : $\mathbf{6 + \frac{1}{5}}$.