

Vocabulaire

a et b sont deux entiers non nuls avec $a > b$, alors pour la **division euclidienne** de a par b :

- le **quotient** souvent noté q est le nombre maximal de reports de b dans a
- le **reste** souvent noté r vérifie :
 $a = q \times b + r$ et on a forcément $r < b$

exemple

On cherche le quotient et le reste de la division euclidienne **17** par **5**, on a :

$$3 \times 5 = 15 \text{ et } 15 \text{ ne dépasse pas } 17$$

$$4 \times 5 = 20 \text{ et } 20 \text{ dépasse } 17$$

donc **3** est le nombre maximal de reports de 5 dans 17 (**3** est le **quotient**), de plus on a :

$$17 = 3 \times 5 + 2 \text{ avec } 2 < 5, \text{ le } \mathbf{reste} \text{ est } \mathbf{2}.$$

À présent, posons la division euclidienne de **152** par **7** :

$$\begin{array}{r}
 \overline{152} \\
 - \underline{14} \\
 12 \\
 - 7 \\
 \hline
 5
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 7 \\
 \hline
 21 \\
 \hline
 152 \\
 \hline
 21
 \end{array}$$

L'égalité qui en résulte : $152 = 21 \times 7 + 5$, avec $5 < 7$.

$$152 \div 7 \quad Q=21$$

Vocabulaire

Pour la division euclidienne de a par b : a est le **dividende** et b est le **diviseur de cette division euclidienne**. On a donc l'égalité :

$$\blacktriangleright \mathbf{dividende} = \mathbf{quotient} \times \mathbf{diviseur} + \mathbf{reste}$$

avec $\mathbf{reste} < \mathbf{diviseur}$

Si a est dans la table de multiplication de b alors le reste r est nul et on écrit $a = q \times b$:

- a est un multiple de b
 - b est un diviseur de a
 - b divise a
- ← uniquement lorsque $a = q \times b$

☀ Ne pas confondre « le diviseur de la division euclidienne » avec « un diviseur du nombre a ».

exemples

- la division euclidienne de **23** par **5** donne :
 $23 = 4 \times 5 + 3$, 5 est le diviseur de cette division euclidienne mais 5 n'est pas un diviseur du nombre **23**
- la division euclidienne de **21** par **7** donne :
 $21 = 3 \times 7 + 0$, qui s'écrit aussi $21 = 3 \times 7$ donc 7 est un diviseur du nombre **21**.

▶ Règle du reste nul

« un reste égal à zéro permet de reconnaître une divisibilité »

Vocabulaire

L'égalité $a = b \times c$ permet de dire que :

- b est un **diviseur** du nombre a
- c est un **diviseur** du nombre a
- a est un **multiple** du nombre b
- a est un **multiple** du nombre c

Critères de divisibilité

Un entier est :

- ▶ « **divisible par 2** lorsque son chiffre des unités est **0, 2, 4, 6** ou **8** »
L'entier est alors **pair**, si ce n'est pas le cas alors l'entier est **impair**.
- ▶ « **divisible par 3** lorsque la somme de ses chiffres est dans la table de **3** »
- ▶ « **divisible par 4** lorsque le nombre formé par ses deux derniers chiffres est dans la table de **4** »
- ▶ « **divisible par 5** lorsque son chiffre des unités est **0** ou **5** »
- ▶ « **divisible par 9** lorsque la somme de ses chiffres est dans la table de **9** »
- ▶ « **divisible par 10** lorsque son chiffre des unités est **0** »
- ▶ « **divisible par 25** lorsque le nombre formé par ses deux derniers chiffres est **00** ou **25** ou **50** ou **75** »