

6^e 04 Division euclidienne

Quelques définitions

Pour a entier non nul et b entier non nul plus petit que a :

- le nombre maximal de reports de b dans a est le **quotient** (souvent noté q) de la division euclidienne de a par b
- l'entier r tel que $a = q \times b + r$ est le **reste** de la **division euclidienne** de a par b et on a forcément $r < b$

exemple

Considérons les nombres 17 et 5 :

$$3 \times 5 = 15 \text{ et } 15 \text{ ne dépasse pas } 17$$

$$4 \times 5 = 20 \text{ et } 20 \text{ dépasse } 17$$

Le nombre maximal de reports de 5 dans 17 est donc 3 (c'est le quotient).

On a : $17 = 3 \times 5 + 2$ avec $2 < 5$ donc le **reste est 2**.

Poser une division euclidienne

exemple

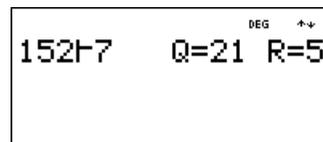
Posons la division euclidienne de 152 par 7 :

$$\begin{array}{r} 152 \\ - 140 \\ \hline 12 \\ - 7 \\ \hline 5 \end{array} \quad \begin{array}{r} 7 \\ \hline 21 \\ \hline \end{array}$$

L'égalité qui résulte de la division euclidienne est : $152 = 21 \times 7 + 5$, avec $5 < 7$.

Sur la calculatrice TI Collège, on tape :

1 5 2 2nde ÷ 7 entrer



152r7 Q=21 R=5

Quelques définitions

Lorsque l'on pose la division euclidienne de a par b : a est le **dividende** et b est le **diviseur de cette division euclidienne**.

On a donc l'égalité :

- ▶ **dividende** = **quotient** \times **diviseur** + **reste**
- ▶ avec **reste** < **diviseur**

Parfois a est dans la table de multiplication de b : le reste est alors nul et on peut écrire simplement $a = q \times b$, on peut dire que :

- a est un multiple de b
- b est un diviseur de a
- b divise a

⚠ Ne pas confondre

« le diviseur de la division euclidienne »
avec « un diviseur du nombre a ».

Exemples

- la division euclidienne de 23 par 5 donne : $23 = 4 \times 5 + 3$: 5 est le diviseur de cette division euclidienne mais 5 n'est pas un diviseur du nombre 23.
- la division euclidienne de 35 par 7 donne : $35 = 5 \times 7 + 0$, qui s'écrit aussi $35 = 5 \times 7$ donc 7 est un diviseur du nombre 35.

Règle

« un reste qui vaut zéro permet de reconnaître une divisibilité »

Quelques définitions

Quand on peut écrire : $a = b \times c$ avec trois nombres entiers a , b et c ,

on dit que : b est un **diviseur** de a

ou que : c est un **diviseur** de a

ou que : a est un **multiple** de b

ou que : a est un **multiple** de c

Critères de divisibilité

- ▶ « un entier est divisible par 2 lorsque son chiffre des unités est 0, 2, 4, 6 ou 8 »
On dit alors que l'entier est **pair**, si ce n'est pas le cas l'entier est **impair**.
- ▶ « un entier est divisible par 5 lorsque son chiffre des unités est 0 ou 5 »
- ▶ « un entier est divisible par 10 lorsque son chiffre des unités est 0 »
- ▶ « un entier est divisible par 4 lorsque le nombre formé par ses deux derniers chiffres est dans la table de 4 »
- ▶ « un entier est divisible par 3 lorsque la somme de ses chiffres est dans la table de 3 »
- ▶ « un entier est divisible par 9 lorsque la somme de ses chiffres est dans la table de 9 »
- ▶ « un entier est divisible par 25 lorsque le nombre formé par ses deux derniers chiffres est 00 ou 25 ou 50 ou 75 ».