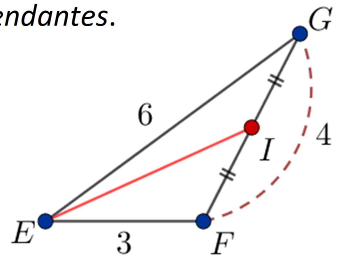
Exercices corrigés : produit scalaire

Thiaude P.

Exercice 1 *Les questions suivantes sont indépendantes.*



1. Déterminer la distance EI.
2. Déterminer $\overrightarrow{EF} \cdot \overrightarrow{FG}$.
3. Déterminer $\overrightarrow{GE} \cdot \overrightarrow{FG}$.

Corrigé

1. **Déterminer la distance EI.**

D'après le théorème de la médiane, on a :

$$EF^2 + EG^2 = 2EI^2 + \frac{1}{2}FG^2$$

$$3^2 + 6^2 = 2 \times EI^2 + \frac{1}{2} \times 4^2 \Leftrightarrow 9 + 36 - 8 = 2 \times EI^2 \Leftrightarrow \frac{37}{2} = EI^2$$

$$\Leftrightarrow \boldsymbol{EI} = \sqrt{\frac{\mathbf{37}}{\mathbf{2}}}$$

2. **Déterminer $\overrightarrow{EF} \cdot \overrightarrow{FG}$.**

$$\overrightarrow{EF} \cdot \overrightarrow{FG} = \left(-\overrightarrow{FE}\right) \cdot \overrightarrow{FG} = -\overrightarrow{FE} \cdot \overrightarrow{FG} = -\frac{1}{2}[FE^2 + FG^2 - EG^2]$$

$$= -\frac{1}{2}[3^2 + 4^2 - 6^2] = -\frac{1}{2}[9 + 16 - 36] = -\frac{1}{2}(-11) = \frac{11}{2}$$

On a donc : $\boldsymbol{\overrightarrow{EF} \cdot \overrightarrow{FG} = \frac{11}{2}}$.

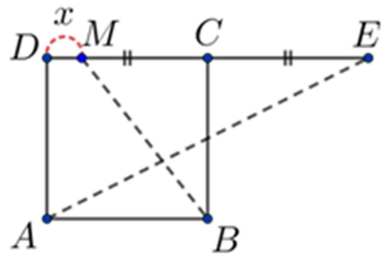
3. **Déterminer $\overrightarrow{GE} \cdot \overrightarrow{FG}$**

$$\overrightarrow{GE} \cdot \overrightarrow{FG} = \overrightarrow{GE} \cdot \left(-\overrightarrow{GF}\right) = -\overrightarrow{GE} \cdot \overrightarrow{GF} = -\frac{1}{2}[GE^2 + GF^2 - EF^2]$$

$$= -\frac{1}{2}[6^2 + 4^2 - 3^2] = -\frac{1}{2}[36 + 16 - 9] = -\frac{1}{2} \times 43$$

On a donc : $\boldsymbol{\overrightarrow{GE} \cdot \overrightarrow{FG} = -\frac{43}{2}}$.

Exercice 2



Soit $ABCD$ un carré de côté 1, E le symétrique de D par rapport à C.
Pour tout réel x appartenant à $[0; 1]$ on note M le point de $[CD]$ tel que : $DM = x$.

On munit le plan du repère **orthonormé** $(A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD})$.

1. Donner sans justification les coordonnées de A, B, M et E.
   En déduire les coordonnées de $\overrightarrow{AE}$ et $\overrightarrow{BM}$.
2. Pour quelle(s) valeur(s) de x a-t-on $(AE) \perp (BM)$?

Corrigé

1. **Donner sans justification les coordonnées de A, B, M et E.**

$A(0\,;0)$, $B(1\,;0)$, $M(x\,;\ 1)$, $E(2\,;1)$

En déduire les coordonnées de $\overrightarrow{AE}$ et $\overrightarrow{BM}$.

$\overrightarrow{AE}\begin{pmatrix} x_E - x_A \\ y_E - y_A \end{pmatrix}$	$\overrightarrow{BM}\begin{pmatrix} x_M - x_B \\ y_M - y_B \end{pmatrix}$
$\overrightarrow{AE}\begin{pmatrix} 2-0 \\ 1-0 \end{pmatrix}$	$\overrightarrow{BM}\begin{pmatrix} x-1 \\ 1-0 \end{pmatrix}$
$\overrightarrow{AE}\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\overrightarrow{BM}\begin{pmatrix} x-1 \\ 1 \end{pmatrix}$

2. **Pour quelle(s) valeur(s) de x a-t-on $(AE) \perp (BM)$?**

$$(AE) \perp (BM) \Leftrightarrow \overrightarrow{AE} \perp \overrightarrow{BM} \Leftrightarrow \overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{BM} = 0$$

Or, le repère est orthonormé donc on peut utiliser l'expression du produit scalaire dans un tel repère :

$$\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{BM} = 0 \Leftrightarrow x_{\overrightarrow{AE}} \times x_{\overrightarrow{BM}} + y_{\overrightarrow{AE}} \times y_{\overrightarrow{BM}} = 0$$

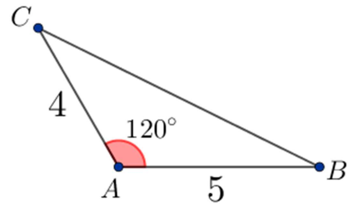
$$\Leftrightarrow (2)(x-1) + 1 \times 1 = 0 \Leftrightarrow 2x - 2 + 1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$$

(AE) et (BM) sont perpendiculaires si et seulement si $x = \frac{1}{2}$.

(Mest alors le milieu de $[CD]$)

Exercice 3

Déterminer la valeur exacte de BC.



Corrigé

Rappelons d'abord que $\pi\ rad = 180°$ donc :

$$\frac{2\pi}{3}\ rad = \frac{2}{3} \times \pi\ rad = \frac{2}{3} \times 180° = 120°$$

En appliquant la formule d'Al-Kashi au triangle ABC on obtient :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \times AB \times AC \times \cos\widehat{BAC}$$

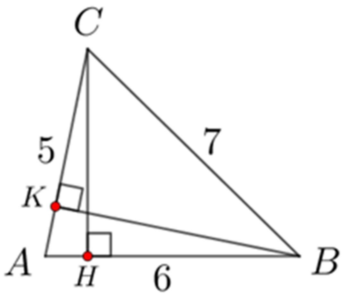
$$BC^2 = 5^2 + 4^2 - 2 \times 5 \times 4 \times \cos 120° = 25 + 16 - 40 \times \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right)$$

$$= 41 - 40 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = 41 + 20 = 61$$

$$\boldsymbol{BC = \sqrt{61}}$$

Exercice 4

ABC est un triangle tel que :
$AB = 6$, $AC = 5$ et $BC = 7$,
H est le projeté orthogonal de C sur (AB),
K le projeté orthogonal de B sur (AC).



1. Calculer $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$.
2. Exprimer $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ en fonction de AH, en déduire AH.
3. Déterminer de même AK.

Corrigé

1. **Calculer $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ puis exprimer $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ en fonction de AH.**

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}[AB^2 + AC^2 - BC^2] = \frac{1}{2}[6^2 + 5^2 - 7^2]$$

$$= \frac{1}{2}[36 + 25 - 49] = \frac{1}{2} \times 12 = 6$$

On a donc : $\boldsymbol{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 6}$ $(*)$.

2. **Exprimer $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ en fonction de AH, en déduire AH.**

On a :

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} \cdot (\overrightarrow{AH} + \overrightarrow{HC})\ (Chasles) = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AH} + \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{HC}$$

Or, d'une part, A,B et H sont alignés dans cet ordre (figure) donc $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AH}$ sont colinéaires de même sens par conséquent :

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AH} = +\|\overrightarrow{AB}\| \times \|\overrightarrow{AH}\| = AB \times AH = 6 \times AH$$

et d'autre part $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{HC}$ donc $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{HC} = 0$

On obtient donc : $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 6 \times AH + 0 = 6 \times AH$.

Résumons : $\boldsymbol{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 6AH}$ $(**)$

En utilisant $(*)$ et $(**)$ on obtient : $6 \times AH = 6$ donc : $\boldsymbol{AH = 1}$.

3. **Déterminer de même AK.**

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = (\overrightarrow{AK} + \overrightarrow{KB}) \cdot \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AK} \cdot \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{KB} \cdot \overrightarrow{AC} = +AK \times AC + 0$$
$$= 5 \times AK$$

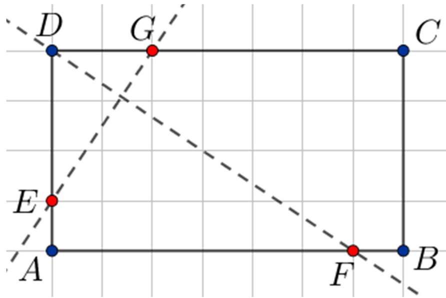
Or, d'après 1. On a : $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 6$, donc : $6 = 5 \times AK$, puis : $\boldsymbol{AK = \frac{6}{5}}$.

Exercice 5

Les carreaux sont des carrés de côté 1.

question 1 : (EG) et (DF) sont-elles perpendiculaires ?

question 2 : BEG est-il rectangle en G ?



Corrigé

question 1 : (EG) et (DF) sont-elles perpendiculaires ?

Méthode 1 (recommandée)

$$\overrightarrow{EG} \cdot \overrightarrow{DF} = (\overrightarrow{ED} + \overrightarrow{DG}) \cdot (\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AF})\ (Chasles)$$
$$= \overrightarrow{ED} \cdot \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{ED} \cdot \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{DG} \cdot \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DG} \cdot \overrightarrow{AF}$$

Or :

- $\overrightarrow{ED}$ et $\overrightarrow{DA}$ sont colinéaires de sens contraires donc :

$$\overrightarrow{ED} \cdot \overrightarrow{DA} = -\|\overrightarrow{ED}\| \times \|\overrightarrow{DA}\| = -3 \times 4 = -12$$

- $\overrightarrow{ED} \perp \overrightarrow{AF}$ donc $\overrightarrow{ED} \cdot \overrightarrow{AF} = 0$
- $\overrightarrow{DG} \perp \overrightarrow{DA}$ donc $\overrightarrow{DG} \cdot \overrightarrow{DA} = 0$

• $\overrightarrow{DG}$ et $\overrightarrow{AF}$ sont colinéaires de même sens donc :

$$\overrightarrow{DG}\cdot\overrightarrow{AF} = +\|\overrightarrow{DG}\|\times\|\overrightarrow{AF}\| = +2\times 6 = 12$$

On a donc :

$$\overrightarrow{EG}\cdot\overrightarrow{DF} = -12+0+0+12 = 0$$

On constate que : $\overrightarrow{EG}\cdot\overrightarrow{DF} = 0$, donc : $\overrightarrow{EG}\perp\overrightarrow{DF}$, par conséquent : $(\boldsymbol{EG})\perp(\boldsymbol{DF})$.

Autre méthode

On pose $\vec{\imath} = \frac{1}{\|\overrightarrow{AB}\|}\overrightarrow{AB}$ et $\vec{\jmath} = \frac{1}{\|\overrightarrow{AD}\|}\overrightarrow{AD}$ et on munit le plan du repère orthonormé $(A;\vec{\imath},\vec{\jmath})$, alors on a : $E(0\,;1)$, $G(2\,;4)$, $D(0\,;4)$ et $F(6\,;0)$.

On a :

$\overrightarrow{EG}\begin{pmatrix}x_G-x_E\\y_G-y_E\end{pmatrix}$	$\overrightarrow{DF}\begin{pmatrix}x_F-x_D\\y_F-y_D\end{pmatrix}$
$\overrightarrow{EG}\begin{pmatrix}2-0\\4-1\end{pmatrix}$	$\overrightarrow{DF}\begin{pmatrix}6-0\\0-4\end{pmatrix}$
$\overrightarrow{EG}\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix}$	$\overrightarrow{DF}\begin{pmatrix}6\\-4\end{pmatrix}$

Le repère est orthonormé donc on peut utiliser l'expression du produit scalaire dans un tel repère :

$$\overrightarrow{EG}\cdot\overrightarrow{DF} = x_{\overrightarrow{EG}}\times x_{\overrightarrow{DF}} + y_{\overrightarrow{EG}}\times y_{\overrightarrow{DF}} = (2)(6)+(3)(-4) = 12-12 = 0$$

On constate que : $\overrightarrow{EG}\cdot\overrightarrow{DF} = 0$, donc : $\overrightarrow{EG}\perp\overrightarrow{DF}$, par conséquent : $(\boldsymbol{EG})\perp(\boldsymbol{DF})$.

question 2 : le triangle $\boldsymbol{BEG}$ est-il rectangle en $\boldsymbol{G}$?

On a :

$$\overrightarrow{GE}\cdot\overrightarrow{GB} = \left(\overrightarrow{GD}+\overrightarrow{DE}\right)\cdot\left(\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{CB}\right)\ (Chasles)$$
$$= \overrightarrow{GD}\cdot\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD}\cdot\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{DE}\cdot\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{DE}\cdot\overrightarrow{CB}$$

Or :

• $\overrightarrow{GD}$ et $\overrightarrow{GC}$ sont colinéaires de sens contraires donc :

$$\overrightarrow{GD}\cdot\overrightarrow{GC} = -\|\overrightarrow{GD}\|\times\|\overrightarrow{GC}\| = -2\times 5 = -10$$

• $\overrightarrow{GD}\perp\overrightarrow{CB}$ donc $\overrightarrow{GD}\cdot\overrightarrow{CB} = 0$

• $\overrightarrow{DE}\perp\overrightarrow{GC}$ donc $\overrightarrow{DE}\cdot\overrightarrow{GC} = 0$

• $\overrightarrow{DE}$ et $\overrightarrow{CB}$ sont colinéaires de même sens donc :

$$\overrightarrow{DE}\cdot\overrightarrow{CB} = +\|\overrightarrow{DE}\|\times\|\overrightarrow{CB}\| = +3\times 4 = 12$$

Donc : $\overrightarrow{GE}\cdot\overrightarrow{GB} = -10+0+0+12 = 2$

On constate que : $\overrightarrow{GE}\cdot\overrightarrow{GB}\neq 0$ donc $\overrightarrow{GE}$ et $\overrightarrow{GB}$ ne sont pas orthogonaux, autrement dit BEG n'est pas rectangle en G.

Autre méthode

Dans le repère orthonormé $(A;\vec{\imath},\vec{\jmath})$ on a : $B(7\,;0)$;

$\overrightarrow{GE}\begin{pmatrix}-2\\-3\end{pmatrix}$	$\overrightarrow{GB}\begin{pmatrix}x_B-x_G\\y_B-y_G\end{pmatrix}$
	$\overrightarrow{GB}\begin{pmatrix}7-2\\0-4\end{pmatrix}$
	$\overrightarrow{GB}\begin{pmatrix}5\\-4\end{pmatrix}$

On a : $\overrightarrow{EG}\cdot\overrightarrow{GB} = (-2)\times 5+(-3)\times(-4) = -10+12 = 2$.

On constate que : $\overrightarrow{GE}\cdot\overrightarrow{GB}\neq 0$ donc $\overrightarrow{GE}$ et $\overrightarrow{GB}$ ne sont pas orthogonaux, autrement dit BEG n'est pas rectangle en G.

Exercice 6 Dans un repère orthonormé on considère :

$\vec{u}\begin{pmatrix}m+3\\2m\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}5\\m-11\end{pmatrix}$ où m est un paramètre réel.

Pour quelle(s) valeur(s) de m les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont-ils orthogonaux ?

Corrigé

D'après le théorème fondamental on a l'équivalence : $\vec{u}\perp\vec{v}\Leftrightarrow\vec{u}\cdot\vec{v} = 0$.

Or, on le repère est orthonormé donc on peut utiliser l'expression du produit scalaire dans un tel repère, donc :

$$\vec{u}\cdot\vec{v} = 0 \Leftrightarrow (m+3)(5)+(2m)(m-11) = 0$$
$$\Leftrightarrow 5m+15+2m^2-22m = 0 \Leftrightarrow 2m^2-17m+15 = 0$$

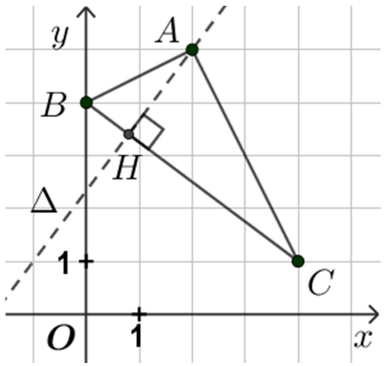
$2m^2-17m+15$ est de la forme am^2+bm+c avec $a=2$, $b=-17$ et $c=15$, de discriminant : $\Delta = b^2-4ac = (-17)^2-4(2)(15) = 169$

$\Delta > 0$ donc $2m^2-17m+15$ admet deux racines réelles distinctes :

$$m_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{+17-\sqrt{169}}{2(2)} = \frac{17-13}{4} = \frac{4}{4} = 1$$
$$m_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{+17+\sqrt{169}}{2(2)} = \frac{17+13}{4} = \frac{30}{4} = \frac{15}{2}$$

Conclusion : $\vec{u}\perp\vec{v}\Leftrightarrow \boldsymbol{m=1}$ **ou** $\boldsymbol{m=\frac{15}{2}}$.

Exercice 7 Dans un repère **orthonormé** on donne : $A(2\,;5)$, $B(0;4)$ et $C(4\,;1)$.



On note H le projeté orthogonal de A sur (BC).
On se propose de déterminer la distance AH par deux méthodes différentes.

Partie I Première méthode

1. Déterminer l' équation réduite de (BC).
2. Déterminer une équation cartésienne de (AH).
3. Déduire des questions précédentes les coordonnées de H.
4. Calculer AH.

Partie II Deuxième méthode

1. Calculer les longueurs des côtés du triangle ABC.
2. Montrer que ABC est rectangle en A puis déterminer l'aire du triangle ABC, en déduire AH.

Corrigé

Partie I Première méthode

1. **Équation cartésienne de (BC)**

(BC) admet pour coefficient directeur :

$$a_{(BC)}=\frac{y_C-y_B}{x_C-x_B}=\frac{1-4}{4-0}=\frac{-3}{4}=-\frac{3}{4}$$

La droite (BC) admet pour équation :

$$y=a_{(BC)}(x-x_B)+y_B$$
$$y=-\frac{3}{4}(x-0)+4$$
$$y=-\frac{3}{4}x+4$$

On peut vérifier que cette équation accepte les coordonnées de B :

$$-\frac{3}{4}x_B+4=-\frac{3}{4}(0)+4=4=y_B \checkmark$$
$$-\frac{3}{4}x_C+4=-\frac{3}{4}(4)+4=-3+4=1=y_C \checkmark$$

2. **Équation cartésienne de (AH)**

On est dans un repère orthonormé donc on peut utiliser l'expression du produit scalaire dans un tel repère.
On a les équivalences :

$$M(x;y)\in(AH)\Leftrightarrow \overrightarrow{AM}\perp\overrightarrow{BC}\Leftrightarrow \overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{BC}=0$$
$$\Leftrightarrow x_{\overrightarrow{AM}}\times x_{\overrightarrow{BC}}+y_{\overrightarrow{AM}}\times y_{\overrightarrow{BC}}=0\ \ (*)$$

Or :

$\overrightarrow{AM}$ a pour coordonnées : $\begin{pmatrix}x_M-x_A\\y_M-y_A\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}x-2\\y-5\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{BC}$ a pour coordonnées : $\begin{pmatrix}x_C-x_B\\y_C-y_B\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4-0\\1-4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4\\-3\end{pmatrix}$

$(*)$ s'écrit donc :

$$(x-2)(4)+(y-5)(-3)=0\Leftrightarrow 4x-8-3y+15=0$$
$$\Leftrightarrow 4x+7=3y\Leftrightarrow \frac{4}{3}x+\frac{7}{3}=y$$

La droite (AH) admet pour équation réduite :

$$y=\frac{4}{3}x+\frac{7}{3}$$

3. **Déduire des questions précédentes les coordonnées de H.**

H est le point d'intersection des droites (BC) et (AH) donc ses coordonnées sont solution du système obtenu à partir d'une équation de chacune de ces droites :

$$\begin{cases}y=-\frac{3}{4}x+4\\ y=\frac{4}{3}x+\frac{7}{3}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=-\frac{3}{4}x+4\\ -\frac{3}{4}x+4=\frac{4}{3}x+\frac{7}{3}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=-\frac{3}{4}x+4\\ 4-\frac{7}{3}=\frac{4}{3}x+\frac{3}{4}x\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}y=-\frac{3}{4}x+4\\ \frac{12}{3}-\frac{7}{3}=\left(\frac{4\times4}{3\times4}+\frac{3\times3}{4\times3}\right)x\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=-\frac{3}{4}x+4\\ \frac{5}{3}=\frac{25}{12}x\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}y=-\frac{3}{4}x+4\\ \frac{5}{3}\times\frac{12}{25}=x\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=-\frac{3}{4}x+4\\ \frac{5\times4\times3}{3\times5\times5}=x\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=-\frac{3}{4}x+4\\ \frac{4}{5}=x\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = -\dfrac{3}{4} \times \dfrac{4}{5} + 4 \\ \dfrac{4}{5} = x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -\dfrac{3}{5} + \dfrac{20}{5} \\ \dfrac{4}{5} = x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \dfrac{17}{5} \\ x = \dfrac{4}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{4}{5} \\ y = \dfrac{17}{5} \end{cases}$$

Conclusion :

$$\boldsymbol{H\left(\frac{4}{5}\,;\frac{17}{5}\right)}$$

4. Calculer AH.

On a dans un repère orthonormé donc on peut utiliser la formule de la distance :

$$AH = \sqrt{(x_H - x_A)^2 + (y_H - y_A)^2}$$

$$AH = \sqrt{\left(\frac{4}{5} - 2\right)^2 + \left(\frac{17}{5} - 5\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{4}{5} - \frac{10}{5}\right)^2 + \left(\frac{17}{5} - \frac{25}{5}\right)^2}$$

$$= \sqrt{\left(-\frac{6}{5}\right)^2 + \left(-\frac{8}{5}\right)^2} = \sqrt{\frac{36}{25} + \frac{64}{25}} = \sqrt{\frac{100}{25}} = \sqrt{4} = 2$$

Conclusion : $\boldsymbol{AH = 2}$.

Partie II Deuxième méthode

1. Calculer les longueurs des côtés du triangle ABC.

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

$$AB = \sqrt{(0-2)^2 + (4-5)^2} = \sqrt{(-2)^2 + (-1)^2} = \sqrt{4+1} = \sqrt{5}$$

$\boldsymbol{AB = \sqrt{5}}$, on montrerait de même que : $\boldsymbol{AC = \sqrt{20}}$ et $\boldsymbol{BC = 5}$.

2. Montrer que ABC est rectangle en A puis déterminer l'aire du triangle ABC, en déduire AH.

On a d'une part : $AB^2 + AC^2 = \left(\sqrt{5}\right)^2 + \left(\sqrt{20}\right)^2 = 5 + 20 = 25$
et d'autre part : $BC^2 = 5^2 = 25$.
On constate que $AB^2 + AC^2 = BC^2$ donc d'après la récipríoque du théorème de Pythagore on en déduit que ABC est rectangle en A.

On a donc, en notant $\mathcal{A}$ l'aire du triangleABC :

$$\mathcal{A} = \frac{1}{2} \times AB \times AC = \frac{1}{2} \times \sqrt{5} \times \sqrt{20} = \frac{1}{2}\sqrt{5 \times 20} = \frac{1}{2}\sqrt{100} = 5$$

Le triangle ABC a pour aire 5.

Or, on a aussi :

$$\mathcal{A} = \frac{1}{2} \times BC \times AH = \frac{1}{2} \times 5 \times AH = \frac{5 \times AH}{2}$$

Donc :

$$\frac{5 \times AH}{2} = 5 \Leftrightarrow 5 \times AH = 5 \times 2 \Leftrightarrow AH = \frac{10}{5} \Leftrightarrow AH = 2$$

Conclusion : $\boldsymbol{AH = 2}$.