CS 05 1ère Spé maths **Mercredi 13 Mai 2026**
Durée 40 minutes **Calculatrice interdite**

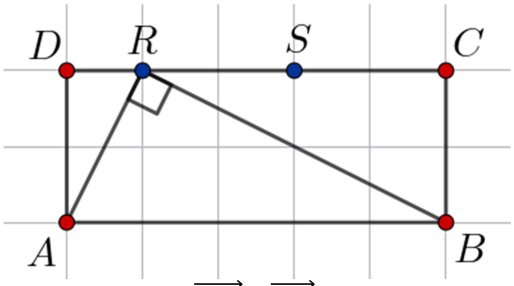
NOM :

Prénom :

Exercice 1 Q.C.M. [3 points]

Pour chacune des questions une seule proposition est exacte. Cocher la bonne proposition rapporte 1 point, ne pas le faire rapporte 0 point.

$ABCD$ est un rectangle, $AB = 5$, $AD = 2$, R et S appartiennent à $[CD]$, $DR = 1$ et $CS = 2$.

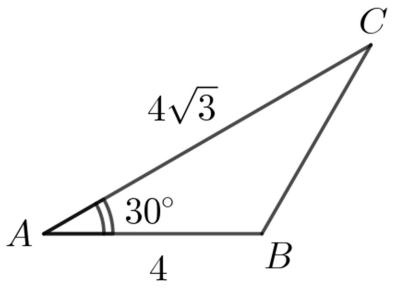


Q1 : ☐ $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AS} < 0$ ☐ $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AS} = 0$ ☐ $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AS} > 0$

Q2 : ☐ $\overrightarrow{DS} \cdot \overrightarrow{CR} = -12$ ☐ $\overrightarrow{DS} \cdot \overrightarrow{CR} = 0$ ☐ $\overrightarrow{DS} \cdot \overrightarrow{CR} = 12$

Q3 : ☐ $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AR} = -5$ ☐ $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AR} = AR^2$ ☐ $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AR} = 0$

Exercice 2 [7,5 points]

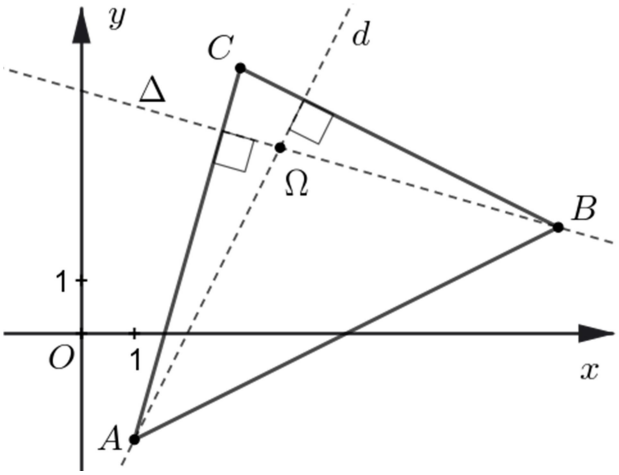


Soit ABC un triangle tel que : $AB = 4$, $AC = 4\sqrt{3}$ et l'angle $\widehat{BAC}$ a pour mesure 30°.

1. Déterminer la distance BC.
2. Calculer $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC}$.
3. Déterminer l'aire du triangle ABC.

Exercice 3 [7,5 points]

Dans un repère orthonormé on donne $A(1;-2)$, $B(9;2)$ et $C(3;5)$, d est la hauteur issue de A et Δ la hauteur issue de B du triangle ABC, Ω l'orthocentre du triangle ABC :



1. Calculer les coordonnées de $\overrightarrow{BC}$, en déduire que d admet pour équation : $y = 2x - 4$.
2. On admet que Δ admet pour équation : $y = -\frac{2}{7}x + \frac{32}{7}$, calculer les coordonnées de Ω.
3. Les points B et O sont-ils situés sur un même cercle de centre Ω ?

Exercice 4 [2 points]

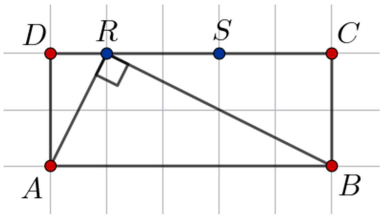
On sait que $\|\vec{u}\| = \|\vec{v}\|$ et $\vec{u} \perp \vec{v}$, que faut-il penser de l'affirmation suivante :
« pour tous réels a et b les deux vecteurs $a\vec{u} + b\vec{v}$ et $b\vec{u} - a\vec{v}$ sont orthogonaux » ?

utilisation commerciale interdite - copie autorisée avec indication OBLIGATOIRE de la source : mathsenclair.com Thiaude P.

Corrigé

Exercice 1 **Q.C.M.**

$ABCD$ est un rectangle, $AB = 5$, $AD = 2$,
R et S appartiennent à $[CD]$, $DR = 1$ et $CS = 2$.



Q1 : ☐ $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AS} < 0$ ☐ $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AS} = 0$ ☒ $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AS} > 0$

On peut préciser sa valeur :

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AS} = \overrightarrow{AB} \cdot (\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DS}) = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{DS} = 0 + \|\overrightarrow{AB}\| \times \|\overrightarrow{DS}\| = 5 \times 2 = 10$$

Q2 : ☒ $\overrightarrow{DS} \cdot \overrightarrow{CR} = -12$ ☐ $\overrightarrow{DS} \cdot \overrightarrow{CR} = 0$ ☐ $\overrightarrow{DS} \cdot \overrightarrow{CR} = 12$

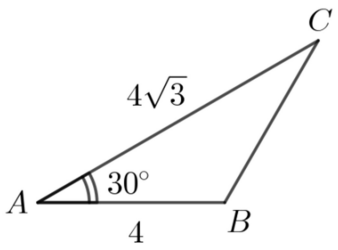
$\overrightarrow{DS}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires de sens contraires donc :

$$\overrightarrow{DS} \cdot \overrightarrow{CR} = -\|\overrightarrow{DS}\| \times \|\overrightarrow{CD}\| = -3 \times 4 = -12$$

Q3 : ☐ $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AR} = -5$ ☒ $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AR} = AR^2$ ☐ $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AR} = 0$

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AR} = (\overrightarrow{AR} + \overrightarrow{RB}) \cdot \overrightarrow{AR} = \overrightarrow{AR}^2 + \overrightarrow{RB} \cdot \overrightarrow{AR} = AR^2 + 0 = AR^2$$

Exercice 2



ABC est un triangle tel que : $AB = 4$, $AC = 4\sqrt{3}$ et l'angle $\widehat{ABC}$ a pour mesure $30°$.

1. **Déterminer la distance BC.**

   Appliquons la formule d'Al-Kashi au triangle ABC :

   $$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \times AB \times AC \times \cos(\widehat{BAC})$$

   Or, $AB = 4$, $AC = 4\sqrt{3}$, $\cos(\widehat{BAC}) = \cos(30°) = \frac{\sqrt{3}}{2}$, donc :

   $$BC^2 = 4^2 + (4\sqrt{3})^2 - 2 \times 4 \times 4\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 16 + 16 \times (\sqrt{3})^2 - 16 \times (\sqrt{3})^2 = 16$$

   donc : $BC = \sqrt{16} = 4$.

   Résumons : $\boldsymbol{BC = 4}$.

2. **Calculer $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC}$**

   On a :

   $$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = -\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = -\frac{1}{2}[BA^2 + BC^2 - AC^2] = -\frac{1}{2}\left(4^2 + 4^2 - (4\sqrt{3})^2\right)$$
   $$= -\frac{1}{2}(16 + 16 - 16 \times 3) = -\frac{1}{2}(32 - 48) = -\frac{1}{2}(-16) = 8$$

   Résumons : $\overrightarrow{\boldsymbol{AB}} \cdot \overrightarrow{\boldsymbol{BC}} = \boldsymbol{8}$.

3. **Déterminer l'aire du triangle ABC.**

   Soit H le projeté orthogonal de B sur (AC), comme ABC est isocèle en B le point H est le milieu de $[AC]$.

   Le triangle ABH est rectangle en H donc d'après le théorème de Pythagore, on en

utilisation commerciale interdite - copie autorisée avec indication OBLIGATOIRE de la source : mathsenclair.com Thiaude P.

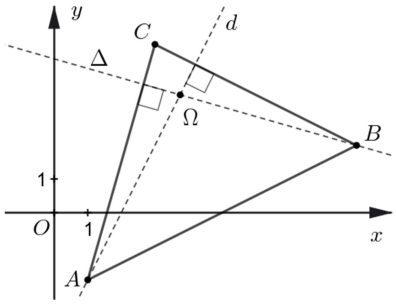
déduit : $AH^2 + HB^2 = AB^2$, or $AH = 2\sqrt{3}$ et $AB = 4$ donc : $\left(2\sqrt{3}\right)^2 + HB^2 = 4^2$,
d'où : $HB^2 = 4^2 - \left(2\sqrt{3}\right)^2 = HB^2 = 16 - 2^2 \times \left(\sqrt{3}\right)^2 = 16 - 4 \times 3 = 4$,
donc : $HB = 2$, on a alors :

$$\mathcal{A}_{ABC} = \frac{1}{2} \times AC \times BH = \frac{1}{2} \times 4\sqrt{3} \times 2 = 4\sqrt{3}$$

Résumons : **le triangle ABC a pour aire $4\sqrt{3}$**.

Exercice 3

repère orthonormé,
$A(1;-2)$, $B(9;2)$, $C(3;5)$,
d hauteur issue de A de ABC
Δ hauteur issue de B de ABC



1. **Coordonnées de $\overrightarrow{BC}$, montrer que d admet pour équation réduite : $y = 2x - 4$.**
   Rappel : $A(1;-2), B(9;2), C(3;5)$
   $\overrightarrow{BC}$ a pour coordonnées : $\begin{pmatrix} x_C - x_B \\ y_C - y_B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3-9 \\ 5-2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 \\ 3 \end{pmatrix}$, résumons : $\overrightarrow{\boldsymbol{BC}}\begin{pmatrix} \mathbf{-6} \\ \mathbf{3} \end{pmatrix}$.
   Notons $M(x;y)$, alors : $\overrightarrow{AM}\begin{pmatrix} x-1 \\ y+2 \end{pmatrix}$.
   On a les équivalences :

   $$M \in d \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} \perp \overrightarrow{BC} \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \Leftrightarrow (x-1)(-6) + (y+2)(3) = 0$$
   $$\Leftrightarrow -6x + 6 + 3y + 6 = 0 \Leftrightarrow -6x + 3y + 12 = 0 \Leftrightarrow 3y = 6x - 12 \Leftrightarrow y = 2x - 4$$

   La droite d admet bien pour équation $\boldsymbol{y = 2x - 4}$.

2. **On admet que Δ a équation réduite : $y = -\frac{2}{7}x + \frac{32}{7}$, calculer les coordonnées de Ω.**
   Ω est le point d'intersection des droites $d : y = 2x - 4$ et $\Delta : y = -\frac{2}{7}x + \frac{32}{7}$
   donc ses coordonnées sont solution du système obtenu à partir de ces équations.
   On a les équivalences :

   $$\begin{cases} y = 2x - 4 \\ y = -\frac{2}{7}x + \frac{32}{7} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2x - 4 \\ 2x - 4 = -\frac{2}{7}x + \frac{32}{7} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2x - 4 \\ 2x + \frac{2}{7}x = \frac{32}{7} + 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2x - 4 \\ \frac{16}{7}x = \frac{60}{7} \end{cases}$$
   $$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 2x - 4 \\ 16x = 60 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2x - 4 \\ x = \frac{60}{16} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{15}{4} \\ y = 2\left(\frac{15}{4}\right) - 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{15}{4} \\ y = \frac{7}{2} \end{cases}$$
   $$\boldsymbol{\Omega\left(\frac{15}{4};\frac{7}{2}\right)}$$

3. **Les points B et O sont-ils situés sur un même cercle de centre Ω ?**
   Dire que B et O sont situés sur un même cercle de centre Ω revient à dire $\Omega 0 = \Omega B$,
   ou encore : $0\Omega^2 = \Omega B^2$.
   Le repère est orthonormé donc on peut utiliser la formule de la distance et on obtient :

utilisation commerciale interdite - copie autorisée avec indication OBLIGATOIRE de la source : mathsenclair.com Thiaude P.

$$O\Omega^2 = (x_\Omega - x_O)^2 + (y_\Omega - y_O)^2 = \left(\frac{15}{4}\right)^2 + \left(\frac{7}{2}\right)^2 = \frac{225}{16} + \frac{49}{4} = \frac{225 + 4 \times 49}{16} = \frac{381}{16}$$

$$\Omega B^2 = \left(9 - \frac{15}{4}\right)^2 + \left(2 - \frac{7}{2}\right)^2 = \left(\frac{21}{4}\right)^2 + \left(-\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{441}{16} + \frac{9}{4} = \frac{441 + 9 \times 4}{16} = \frac{477}{16}$$

On constate que : $O\Omega^2 \neq \Omega B^2$ donc **B et O ne sont pas sur un même cercle de centre Ω.**

Exercice 4

On sait que $\|\vec{u}\| = \|\vec{v}\|$ et $\vec{u} \perp \vec{v}$, que faut-il penser de l'affirmation suivante :
« pour tous réels a et b les deux vecteurs $a\vec{u} + b\vec{v}$ et $b\vec{u} - a\vec{v}$ sont orthogonaux » ?

Soient a et b deux réels.
On a :

$$(a\vec{u} + b\vec{v}) \cdot (b\vec{u} - a\vec{v}) = ab\,\vec{u}^2 - a^2\vec{u} \cdot \vec{v} + b^2\vec{v} \cdot \vec{u} - ab\vec{v}^2$$
$$= ab\,\|\vec{u}\|^2 - a^2\vec{u} \cdot \vec{v} + b^2\vec{u} \cdot \vec{v} - ab\|\vec{v}\|^2 = ab(\|\vec{u}\|^2 - \|\vec{v}\|^2) + (b^2 - a^2)\,\vec{u} \cdot \vec{v}$$

Or, d'une part :
$\|\vec{u}\| = \|\vec{v}\|$ donc $\|\vec{u}\|^2 = \|\vec{v}\|^2$ par conséquent : $ab(\|\vec{u}\|^2 - \|\vec{v}\|^2) = ab \times 0 = 0$

et d'autre part :
$\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$ donc $(b^2 - a^2)\vec{u} \cdot \vec{v} = (b^2 - a^2) \times 0 = 0$

On en déduit : $(a\vec{u} + b\vec{v}) \cdot (b\vec{u} - a\vec{v}) = 0$, autrement dit : $(a\vec{u} + b\vec{v}) \perp (b\vec{u} - a\vec{v})$.

Conclusion :
Pour tous réels a et b les deux vecteurs **$a\vec{u} + b\vec{v}$ et $b\vec{u} - a\vec{v}$ sont orthogonaux**.

utilisation commerciale interdite - copie autorisée avec indication OBLIGATOIRE de la source : mathsenclair.com Thiaude P.