Maths 5e **09. Parallélogramme**

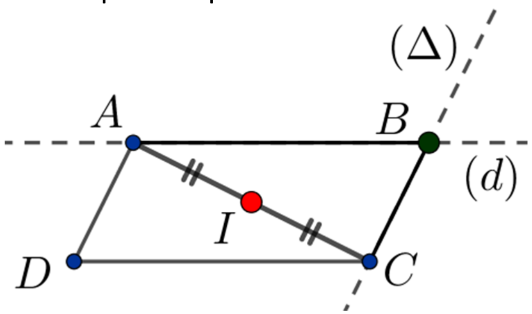
Définition

Un **parallélogramme** est un quadrilatère dont les côtés opposés sont parallèles deux à deux.

Conséquences

- si $ABCD$ est un parallélogramme alors $(AB) /\!/ (CD)$ **et** $(AD) /\!/ (BC)$
- si dans un quadrilatère $EFGH$ on a $(EF) /\!/ (GH)$ **et** $(EH) /\!/ (FG)$ alors c'est un parallélogramme

A01 Soit $ABCD$ un parallélogramme, on note I le milieu de $[AC]$, s_I la symétrie centrale de centre I, (d) la droite passant par A et B, (Δ) la droite passant par B et C :



Rappel « par une symétrie centrale l'image d'une droite est une droite parallèle »

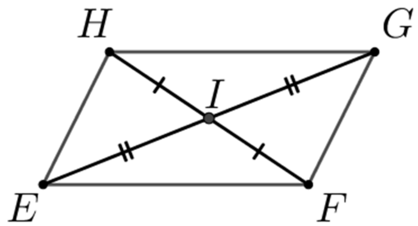
- donner sans justification l'image de A par s_I en déduire l'image de (d) par s_I
- déterminer de même l'image de (Δ) par s_I
- en remarquant que B est le point d'intersection de (d) et (Δ), déterminer l'image de B par s_I : que peut-on en déduire pour les points B, I et D ?

Propriétés

Dans un parallélogramme le milieu de l'une des diagonales est aussi le milieu de l'autre diagonale.

$\boxed{i}$ On dit alors que les diagonales se coupent en leur milieu.

A02 $EFGH$ est un quadrilatère tel le milieu I de $[EG]$ est aussi le milieu de $[FH]$:



On note s_I la symétrie centrale de centre I.

1. Quelle est l'image de E par s_I ?
   Quelle est l'image de F par s_I ?
   En déduire que $(GH) /\!/ (EF)$
2. Démontrer de même que $(GF) /\!/ (EH)$.
3. Quelle est la nature du quadrilatère $EFGH$?

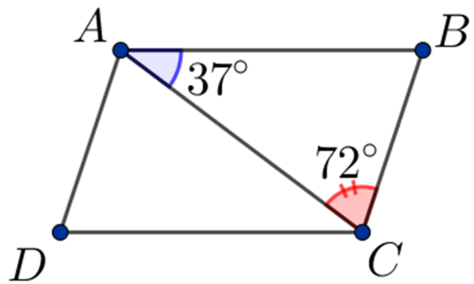
Propriété

Si dans un quadrilatère le milieu de l'une des diagonale est aussi milieu de l'autre diagonale alors c'est un parallélogramme

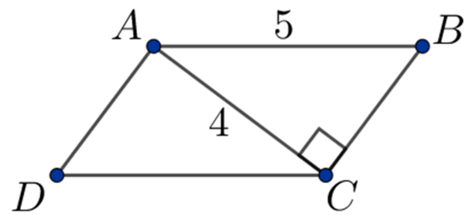
Propriétés

• « dans un parallélogramme les côtés opposés ont la même longueur »
• « dans un parallélogramme les diagonales se coupent en leur milieu »
• « dans un parallélogramme les angles opposés ont la même mesure »

A03 Déterminer les mesures des angles du parallélogramme $ABCD$ sachant que les angles $\widehat{CAB}$ et $\widehat{ACB}$ ont respectivement pour mesures 37° et 72° :



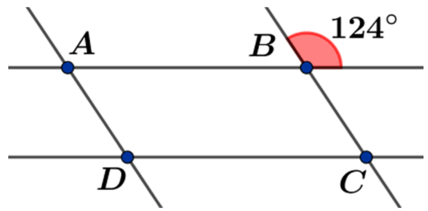
A04 $ABCD$ est un parallélogramme tel que : $AC = 4$, $AB = 5$ et $(AC) \perp (BC)$:



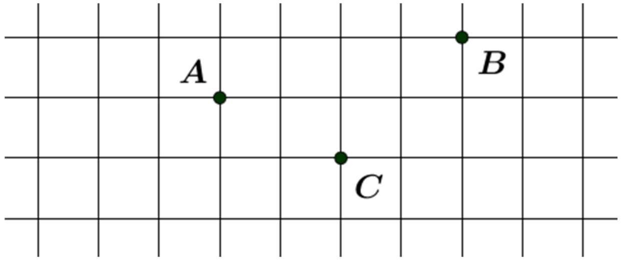
Déterminer l'aire de $ABCD$.

A05 $ABCD$ est un parallélogramme, $\widehat{BAD} = \alpha°$ et $\widehat{ABC} = \beta°$, que vaut : $\alpha° + \beta°$?

A06 Sur la figure ci-dessous, $ABCD$ est un parallélogramme : déterminer les mesures de chacun de ses angles.

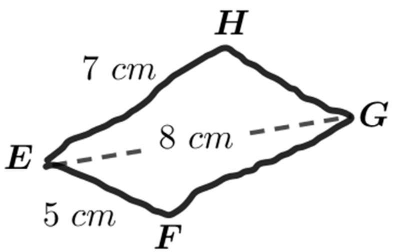


A07 Placer sans justification le point D sachant que $ABCD$ est un parallélogramme.



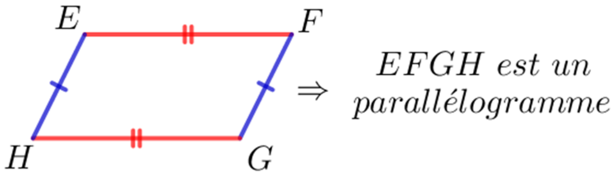
On précise que les carreaux sont des carrés de côté 1 cm : déterminer l'aire de $ABCD$.

A08 Écrire un programme de construction du parallélogramme $EFGH$ n'utilisant que la règle et le compas :

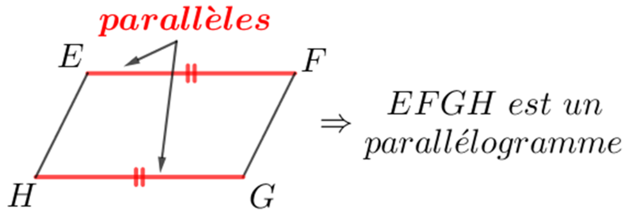


Propriétés (admises)

• « si un quadrilatère <u>non croisé</u> a ses côtés opposés deux à deux de même longueur, alors c'est un parallélogramme »

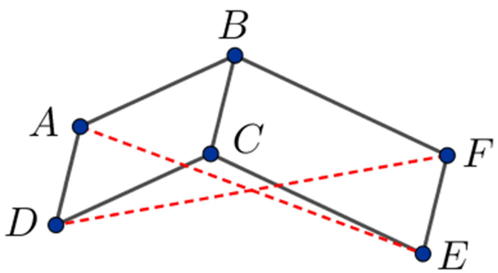


• « si un quadrilatère <u>non croisé</u> a deux de ses côtés opposés qui sont parallèles et de même longueur, alors c'est un parallélogramme »



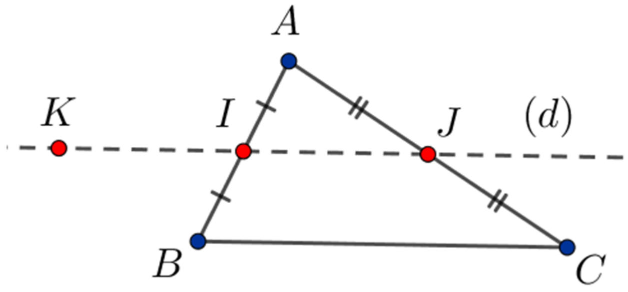
A09

Soient $ABCD$ et $BFEC$ des parallélogrammes :



Le milieu de $[AE]$ est-il aussi milieu de $[DF]$?

A10 ABC est un triangle, I et J sont les milieux de $[AB]$ et $[AC]$ respectivement, on note K le symétrique de J par rapport à I et (d) la droite passant par I, J et K :



1. Déterminer la nature de $AJBK$.
2. En déduire la nature de $JCBK$.
3. Justifier que :

$$[IJ] \mathbin{/\!/} [BC] \text{ et } IJ = \frac{1}{2}BC$$

On vient de démontrer la propriété de quatrième : « dans un triangle, le segment qui joint les milieux de deux côtés est parallèle au troisième et sa longueur est égale à la moitié de celle du troisième côté ».

A11 $ABCD$ est un quadrilatère quelconque, I, J, K et L les milieux de $[AB]$, $[BC]$, $[CD]$, $[DA]$ respectivement : déterminer la nature du quadrilatère $IJKL$.