

Maths 5^e 7. Solide droit

Définition

Une figure est dessinée sur la feuille : c'est la **base inférieure**, on « élève tout droit » cette figure d'une certaine hauteur : on obtient finalement un **solide droit**. Cette année nous allons étudier deux cas particuliers de solides droits : les prismes droits et les cylindres droits.

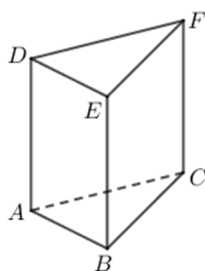
I. Prisme droit

Lorsque l'on « élève tout droit » un polygone d'une certaine hauteur on obtient un prisme droit.

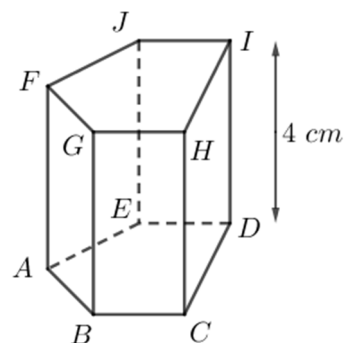
Prisme droit à base triangulaire

$ABCDEF$ est un prisme droit à base triangulaire :

- les **bases** sont les triangles ABC et DEF , elles sont parallèles, superposables, ont la même aire
- les **faces latérales** sont les rectangles $ABED$, $BCFE$ et $ACFD$, elles sont perpendiculaires aux bases
- les bases et les faces latérales constituent ensemble les 5 **faces** du prisme droit
- les arêtes $[AD]$, $[BE]$, $[CF]$ reliant les deux bases sont appelées **arêtes latérales** : elles ont toutes la même longueur appelée **hauteur du prisme droit**.



Prisme droit à base polygone à 5 côtés



$ABCDEFGHIJ$ est un prisme droit dont les bases sont des pentagones irréguliers :

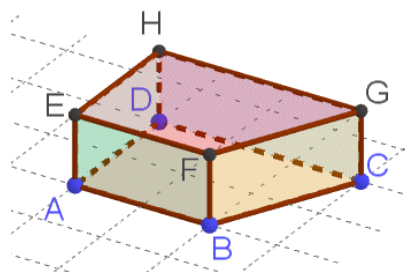
- les **bases** sont les polygones $ABCDE$ et $FGHIJ$, sont parallèles, sont superposables, ont la même aire
- les **faces latérales** sont les rectangles $ABGF$, $BCHG$, $CDIH$, $DEJI$ et $EAFJ$, chaque face latérale est perpendiculaire aux bases
- les **arêtes latérales** sont les segments $[AF]$, $[BG]$, $[CH]$, $[DI]$ et $[EJ]$, ils ont pour longueur commune 4 cm : le prisme a pour **hauteur** 4 cm.

Patron d'un prisme droit

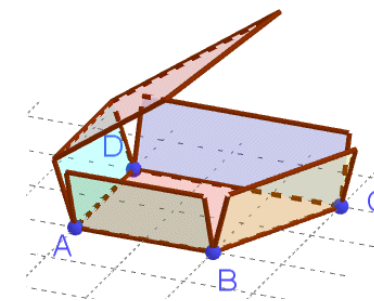
Un patron d'un prisme droit est constitué de deux polygones qui vont donner les deux bases du solide et de plusieurs rectangles qui vont donner les faces latérales du solide.

Exemple

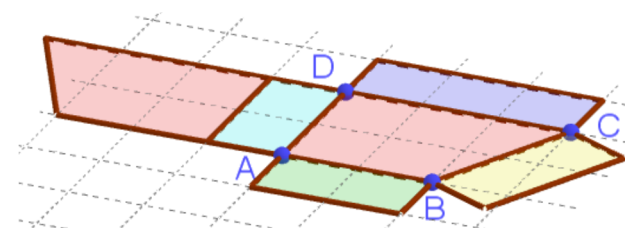
On cherche à obtenir un patron du prisme droit :



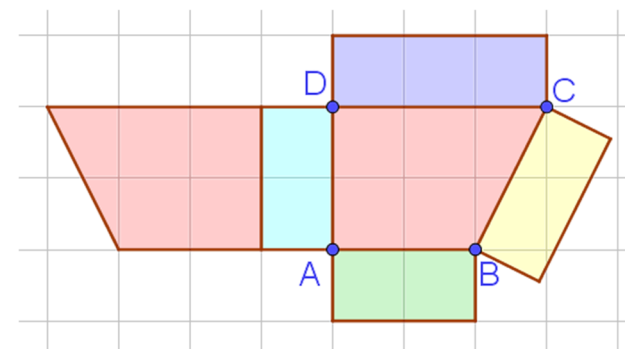
En imaginant qu'on « ouvre » un emballage du prisme droit on obtient d'abord :



puis à la fin du processus, le patron :



En le traçant sur une feuille, on gagne en lisibilité :



Remarquons que les cubes, et les pavés sont des prismes droits particuliers.

II. Cylindre droit

Lorsque l'on « élève tout droit » un disque d'une certaine hauteur on obtient un **cylindre droit**.

On parle parfois de **cylindre de révolution** ou plus simplement de **cylindre**.

Un cylindre droit possède :

- deux **bases** : le disque inférieur et le disque supérieur,
- une **surface latérale** : la partie courbée joignant les deux disques.

La **hauteur du cylindre** est la «distance entre les deux disques», le **diamètre du cylindre** est le diamètre de l'un des deux disques, le **rayon du cylindre** est le rayon de l'un des deux disques.

Une boîte de conserve de maïs est un bon exemple de cylindre.

Lorsque l'on fait **tourner** dans l'espace un rectangle $ABCD$ autour de la droite (AD), on obtient un cylindre de hauteur AD et de rayon $R = AB$.

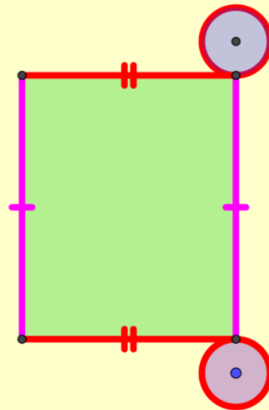
Formules : périmètre d'un cercle, aire d'un disque

périmètre d'un cercle = $2 \times \pi \times r = 2\pi r$

aire d'un disque = $\pi \times r \times r = \pi r^2$

Patron d'un cylindre droit

En découpant les deux disques supérieurs et inférieurs d'un cylindre puis en cisailant de haut en bas le «tube» (surface latérale) du cylindre puis en aplatissant le tout sur une feuille, on obtient un patron très simple du cylindre : il est formé de deux disques qui correspondent au fond et au couvercle de la boîte de conserve et d'un grand rectangle dont l'une des dimensions (longueur ou largeur) est la hauteur du cylindre, l'autre (largeur ou longueur) étant égale à $2\pi r$ où r est le rayon du cylindre, aussi égal au rayon de chacun des deux disques du patron :



Les disques ne se font pas forcément face.

- Les segments rouges du patron, codés par un double trait, doivent se « coller » dans l'espace au pourtour de la base inférieure et au pourtour de la base supérieure du cylindre donc ils doivent avoir pour longueur le périmètre du disque d'une base :

$$\text{longueur segment rouge} = 2\pi r$$

en notant r le rayon du cylindre.

III Volume d'un solide droit

Formule du volume

En notant \mathcal{B} l'aire de la base inférieure et h la hauteur d'un solide droit, on a :

$$\mathcal{V}_{\text{solide droit}} = \mathcal{B} \times h$$

En particulier :

$$\mathcal{V}_{\text{carré}} = \mathcal{B} \times h = a^2 \times a = a^3$$

$$\mathcal{V}_{\text{pavé droit}} = \mathcal{B} \times h = L \times l \times h$$

$$\mathcal{V}_{\text{cylindre droit}} = \mathcal{B} \times h = \pi r^2 \times h$$