

Maths 5^e 6. Proportionnalité

Définition

Un tableau à deux lignes est appelé **tableau de proportionnalité** lorsque l'on passe de la première à la deuxième ligne en multipliant par le même nombre non nul pour toutes les colonnes, nombre alors appelé **coefficient de proportionnalité**.

exemple

Jean marche à vitesse constante :

temps de marche en <i>h</i>	0,5	1,5	2	3
distance effectuée en <i>km</i>	2	6	8	12

On remarque que :

$$\begin{array}{l} 0,5 \times 4 = 2 \\ 2 \times 4 = 8 \end{array} \qquad \begin{array}{l} 1,5 \times 4 = 6 \\ 3 \times 4 = 12 \end{array}$$

Donc on passe de la première ligne à la deuxième en multipliant par **4** pour toutes les colonnes : on a un tableau de proportionnalité de **coefficient 4** :

temps de marche en <i>h</i>	0,5	1,5	2	3
distance effectuée en <i>km</i>	2	6	8	12

↶ × 4

Dans les exercices où des durées interviennent on se rappellera que : **1 h = 60 min** et **1 min = 60 s**.

Création d'une nouvelle colonne

Dans un **tableau de proportionnalité** il est possible de créer une nouvelle colonne en multipliant ou divisant une colonne existante par un nombre non nul, ou en ajoutant deux colonnes existantes.

Compléter une case

Pour compléter une case manquante d'un tableau de proportionnalité on peut utiliser la méthode « du produit en croix » ou utiliser le coefficient de proportionnalité.

Prendre *t*% de quelque chose

Prendre *t*% d'une quantité, c'est la **multiplier** par la fraction $\frac{t}{100}$.

exemple

Sophie a mangé 12% d'un gâteau de 450 g : combien de grammes de gâteau a-t-elle mangé ?

$$12\% \text{ de } 450 = \frac{12}{100} \times 450 = 54$$

Sophie a mangé 54 grammes de gâteau.

Pour les pourcentages on peut utiliser le tableau de proportionnalité suivant où l'une seulement des cases est inconnue :

partie	dans l'exercice	valeur de <i>t</i>
totalité	dans l'exercice	100

Pourcentages à connaître par cœur

- prendre **1%** c'est prendre un centième
- prendre **10%** c'est prendre un dixième
- prendre **25%** c'est prendre un quart
- prendre **50%** c'est prendre la moitié
- prendre **75%** c'est prendre les trois quarts
- prendre **100%** c'est prendre la totalité

Échelle d'un plan/d'une maquette

L'**échelle** d'un plan (d'une maquette) est le **coefficient multiplicateur** faisant passer des distances réelles aux distances lues sur le plan (la maquette) :

$$\text{distance dans la réalité} \times \text{échelle} = \text{distance sur le plan ou la maquette}$$

⚡ Les distances doivent être exprimées dans la même unité.

exemple

On veut construire la maquette d'une maison. La maison a une largeur réelle de 2,5 m, la maquette devra avoir une largeur de 10 cm.

Quelle sera la longueur de la maquette ?

Les distances sont toutes exprimées en *cm* :

	largeur	longueur
distance réalité	250	400
distance plan	10	<i>x</i>

Par la méthode du produit en croix, on a :

$$x = \frac{10 \times 400}{250} = \frac{10 \times 25 \times 16}{10 \times 25} = 16$$

La maquette aura une longueur de 16 cm.

L'**échelle *e*** d'un plan ou d'une maquette est le coefficient de proportionnalité du tableau de proportionnalité où la **première ligne** contient les **distances réelles**.

L'échelle n'a pas d'unité et s'exprime souvent sous la forme d'une fraction ayant un numérateur 1 : il est alors facile d'effectuer les calculs.

Pour **réduire** une figure on multiplie les distances par un nombre **plus petit** que **1**, pour **agrandir** une figure on multiplie les distances par un nombre **plus grand** que **1** : cette remarque permet de savoir si l'échelle est plus grande ou bien plus petite que 1.

Lorsque l'on se déplace à une **vitesse constante** la distance parcourue et le temps écoulé sont proportionnels : si l'on place en première ligne le temps écoulé *t* et en deuxième ligne la distance parcourue *d*, alors le coefficient de proportionnalité est la vitesse *v*.

temps écoulé <i>t</i>
distance parcourue <i>d</i>

↶ × *v*

On a : $t \times v = d$, ou encore : $v = \frac{d}{t}$.

On retiendra :

$$\text{vitesse} = \frac{\text{distance}}{\text{temps}}$$