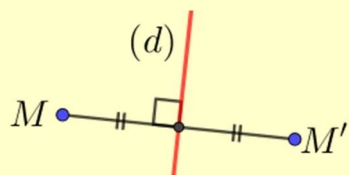


Maths 5^e 5. Symétries

Définition

Le point M' **symétrique** du point M **par rapport à la droite** (d) est défini de la façon suivante :

- si M appartient à la droite (d) , alors M' et M sont confondus et on dit que M est son propre symétrique
- si M n'appartient pas à (d) , alors la droite (d) est la médiatrice de $[MM']$:



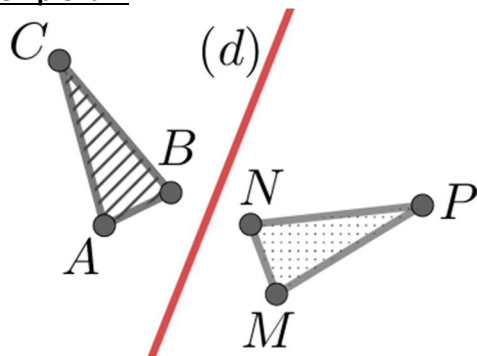
On dit aussi : « **symétrie axiale** d'axe (d) ».

La **figure \mathcal{F}' symétrique d'une figure donnée \mathcal{F}** par rapport à la droite (d) est constituée des symétriques des points de la figure \mathcal{F} .

Reconnaître des figures symétriques

Deux figures sont **symétriques par rapport à une droite** lorsque par pliage de la feuille sur cette droite les figures se superposent.

exemple n°1



ABC et MNP sont symétriques par rapport à la droite (d) .

Définition

Une droite est **axe de symétrie d'une figure** lorsque, pour cette droite, la symétrique de la figure est elle-même.

- Attention, beaucoup de figures n'ont pas d'axe de symétrie, et certaines en ont plusieurs.

Cas du triangle isocèle

Un triangle isocèle est symétrique par rapport à la **médiatrice de sa base**.

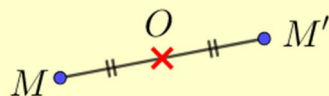
exemple n°3

Un triangle ABC isocèle en A est symétrique par rapport à la médiatrice de $[BC]$.

Définition

Le point M' **symétrique** du point M **par rapport à un point** O est défini par :

- si M et O sont confondus, alors M' et M sont confondus
- si M et O sont distincts, alors O est le milieu du segment $[MM']$:



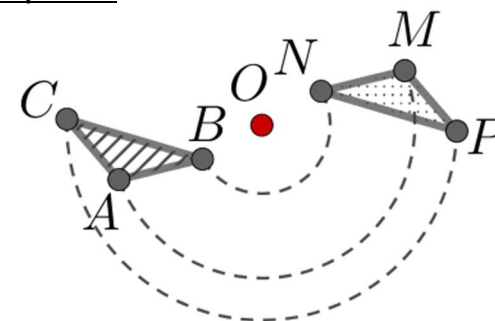
La symétrie par rapport au point O s'appelle aussi « **symétrie centrale de centre O** ».

La figure \mathcal{F}' symétrique d'une figure donnée \mathcal{F} par rapport à O est la figure dont les points sont les symétriques des points de la figure \mathcal{F} .

Reconnaître deux figures symétriques

Deux figures sont symétriques par rapport à un point O lorsqu'elles se superposent par un demi-tour de centre O .

exemple n°4



ABC et MNP sont symétriques par rapport à O .

En pratique, pour construire la figure \mathcal{F}' image d'une figure \mathcal{F} par une symétrie axiale ou bien une symétrie centrale on se contente de construire les symétriques A', B', \dots des points « importants » de la figure \mathcal{F} puis on relie les points A', B', \dots

Propriété

Par une symétrie **centrale** :

- les images de points alignés sont alignés
- l'image d'une droite est une droite qui est **parallèle pour une symétrie axiale**
- l'image d'un segment est un segment de même longueur
- l'image d'un cercle est un cercle de même rayon
- l'image d'un triangle est un triangle de même nature (rectangle, isocèle, rectangle et isocèle, équilatéral, quelconque)
- l'image d'un angle est un angle de même mesure
- l'image d'une figure a la même aire et le même périmètre

Si \mathcal{G} est la figure symétrique d'une figure \mathcal{F} par une symétrie axiale ou une symétrie centrale, alors on peut aussi dire que \mathcal{F} est la figure symétrique de \mathcal{G} : on dit que les deux figures \mathcal{F} et \mathcal{G} sont symétriques.