

Maths 5^e 05. Symétries

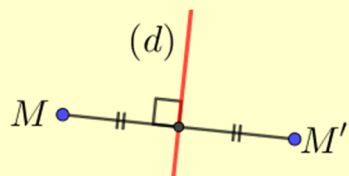
Définition (rappel)

La droite qui coupe perpendiculairement un segment en son milieu est la **médiatrice** de ce segment.

Définition

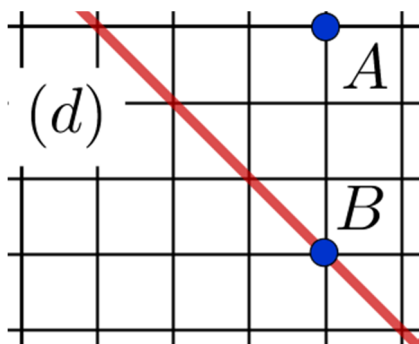
Le point M' **symétrique** du point M **par rapport à la droite** (d) est défini de la façon suivante :

- si M appartient à la droite (d) , alors M' et M sont confondus et on dit que M est son propre symétrique,
- si M n'appartient pas à la droite (d) , alors la droite (d) est la médiatrice du segment $[MM']$:

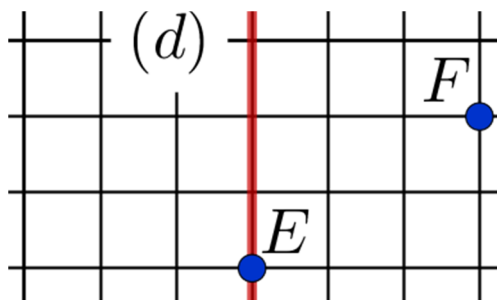


On dit aussi : « **symétrie axiale** d'axe (d) ».

A01 Pour la symétrie d'axe (d) , placer A' symétrique de A et B' symétrique de B :



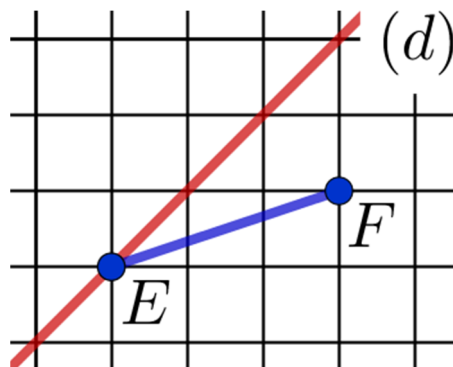
A02 Pour la symétrie d'axe (d) , placer E' symétrique de E et F' symétrique de F :



Définition

La **figure \mathcal{F}' symétrique** d'une figure \mathcal{F} par rapport à une droite (d) est constituée des symétriques des points de la figure \mathcal{F} . On l'obtient souvent en plaçant les points A', B', \dots symétriques des points A, B etc. « importants » de la figure \mathcal{F} .

A03 Pour la symétrie d'axe (d) , placer le symétrique du segment $[EF]$:

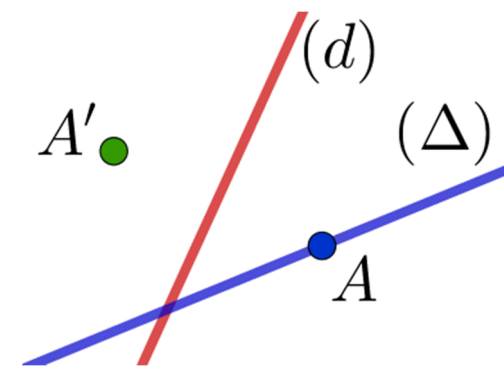


Propriété

Par une symétrie **axiale** :

- les images de points alignés sont alignés
- l'image d'une droite est une droite (rarement parallèle)
- l'image d'un segment est un segment de même longueur
- l'image d'un cercle est un cercle de même rayon
- l'image d'un triangle est un triangle de même nature (rectangle, isocèle, rectangle et isocèle, équilatéral, quelconque)
- l'image d'un angle est un angle de même mesure
- l'image d'une figure a la même aire et le même périmètre

A04 Pour la symétrie d'axe (d) on a placé le symétrique A' de A , $A \in (\Delta)$. Tracer sans utiliser l'équerre la droite (Δ') symétrique de (Δ) .

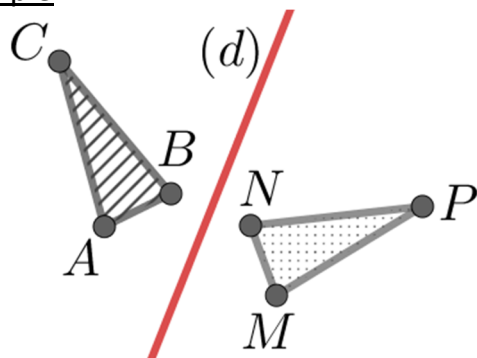


Les droites (AA') et (d) sont-elles perpendiculaires ?

Reconnaître des figures symétriques

Deux figures sont symétriques par rapport à une droite lorsque par pliage de la feuille sur cette droite les figures se superposent.

exemple



ABC et MNP sont symétriques par rapport à la droite (d) .

Définition

Une droite est **axe de symétrie d'une figure** lorsque, pour cette droite, la symétrique de la figure est elle-même.

☛ Beaucoup de figures n'ont pas d'axe de symétrie, certaines en ont plusieurs !

A05 Donner sans justification les axes de symétrie d'un rectangle $ABCD$ pour lequel $AB \neq BC$.

Cas du triangle isocèle

Un **triangle isocèle** est symétrique par rapport à la **médiatrice de sa base**.

A06 Donner sans justification les axes de symétrie d'un carré $EFGH$.

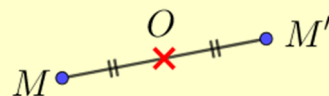
A07 La portion de disque admet-elle un axe de symétrie ? Si oui, le tracer.



Définition

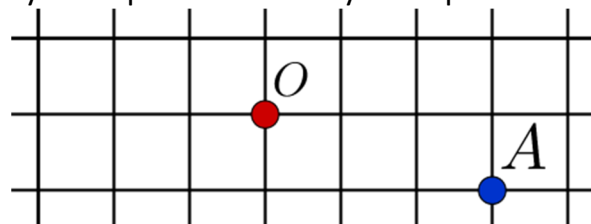
Le point M' **symétrique** du point M **par rapport à un point** O est défini par :

- si M et O sont confondus, alors M' et M sont confondus
- si M et O sont distincts, alors O est le milieu du segment $[MM']$:



La symétrie par rapport à O s'appelle aussi « **symétrie centrale de centre** O ».

A08 Pour la symétrie de centre O , placer A' symétrique de A et O' symétrique de O :



Définition

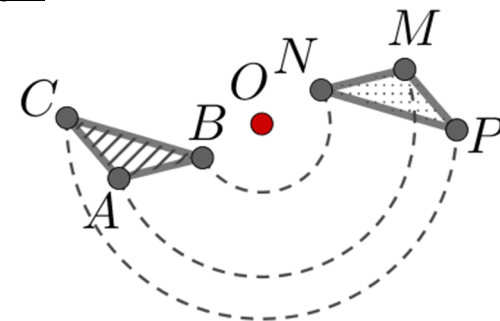
La **figure \mathcal{F}' symétrique** d'une figure \mathcal{F} par rapport à un point O est constituée des symétriques des points de la figure \mathcal{F} .

☐ On obtient la figure \mathcal{F}' en plaçant les points A' , B' , etc. symétriques des points A , B etc. « importants » de la figure \mathcal{F} .

Reconnaître deux figures symétriques

Deux figures sont symétriques par rapport à un point O lorsqu'elles se superposent par un demi-tour de centre O .

exemple



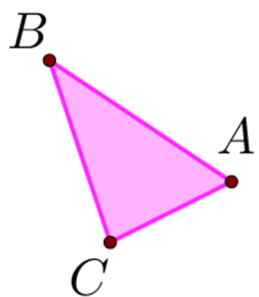
ABC et MNP sont symétriques par rapport au point (O) .

Propriété

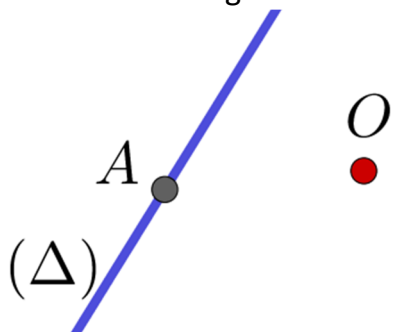
Par une symétrie **centrale** :

- les images de points alignés sont alignés
- l'image d'une droite est une droite qui est nécessairement **parallèle**
- l'image d'un segment est un segment de même longueur
- l'image d'un cercle est un cercle de même rayon
- l'image d'un triangle est un triangle de même nature (rectangle, isocèle, rectangle et isocèle, équilatéral, quelconque)
- l'image d'un angle est un angle de même mesure
- l'image d'une figure a la même aire et le même périmètre

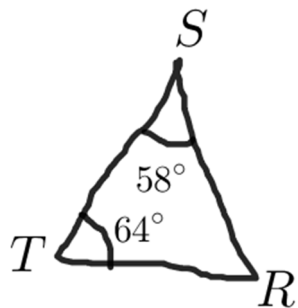
A09 Construire l'image du triangle ABC par la symétrie centrale de centre A :



A10 Pour la symétrie centrale de centre O , construire l'image de la droite (Δ) :



A11 Le triangle RST admet-il un axe de symétrie ? Si oui, préciser et justifier.



A12 Soit $ABCD$ un rectangle : admet-il un centre de symétrie ?

Préciser.

Un cercle admet-il un centre de symétrie ?

Préciser.