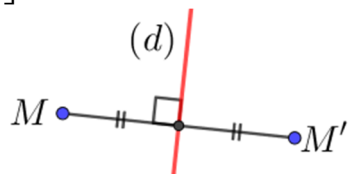


## Maths 5<sup>e</sup> 05. Symétries

### Définition

Notons  $M'$  le **symétrique** du point  $M$  par rapport à la droite  $(d)$  :

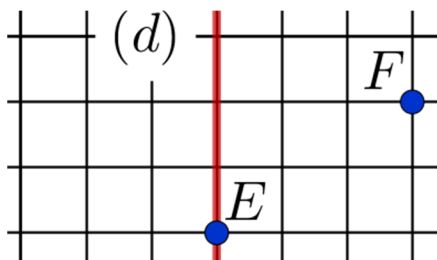
- si  $M$  appartient à  $(d)$ , alors  $M' = M$  on dit que  $M$  est son propre symétrique
- si  $M \notin (d)$ , alors  $(d)$  est la médiatrice de  $[MM']$  :



### Définition

La symétrie par rapport à  $(d)$  s'appelle aussi **symétrie axiale** d'axe  $(d)$  ou plus simplement **symétrie d'axe**  $(d)$ .

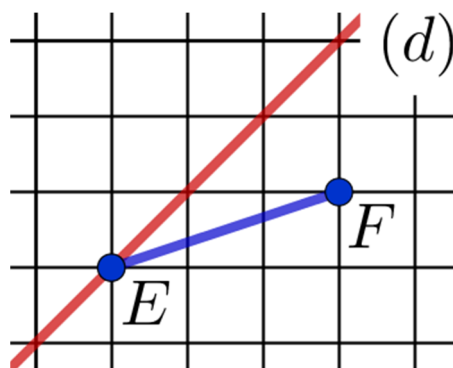
**A01** Placer  $E'$  symétrique de  $E$  et  $F'$  symétrique de  $F$  par rapport à  $(d)$  :



### Définition

La **figure symétrique** de  $\mathcal{F}$  par rapport à  $(d)$  est formée par les symétriques des points de la figure  $\mathcal{F}$ .

**A02** Tracer la figure symétrique de  $[EF]$  par rapport à  $(d)$  :



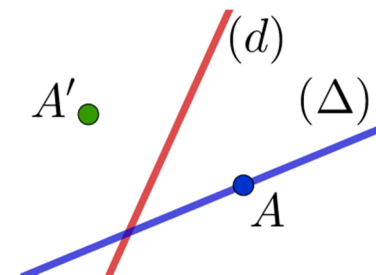
### Propriétés

Par une symétrie **axiale** :

- si  $A, B, C$  sont alignés alors  $A', B', C'$  sont alignés
- l'image d'une droite est une droite
- l'image d'un segment est un segment de même longueur
- l'image d'un cercle est un cercle de même rayon
- l'image d'un triangle est un triangle de même nature
- l'image d'un angle est un angle de même mesure
- l'image d'une figure est une figure de même aire et de même périmètre

**A03**  $A'$  est le symétrique de  $A$  par rapport à  $(d)$  et  $A \in (\Delta)$ .

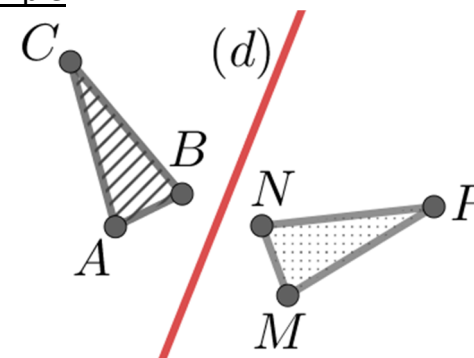
Sans utiliser l'équerre tracer la droite  $(\Delta')$  symétrique de  $(\Delta)$  par rapport à  $(d)$ .



### Reconnaitre deux figures symétriques

Deux figures sont symétriques l'une de l'autre par rapport à  $(d)$  lorsque par pliage de la feuille sur  $(d)$  les figures se superposent.

exemple



Les triangles  $ABC$  et  $MNP$  sont symétriques l'un de l'autre par rapport  $(d)$ .

### Définition

Une droite  $(\Delta)$  est un **axe de symétrie d'une figure** lorsque la figure symétrique par rapport à  $(\Delta)$  est elle-même.

🌟 Beaucoup de figures n'ont pas un axe de symétrie, certaines en ont plusieurs !

**A04** Sans justification, indiquer les axes de symétrie d'un rectangle  $ABCD$  pour lequel  $AB \neq BC$ .

**A05** Donner sans justification les axes de symétrie d'un carré  $EFGH$ .

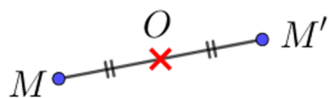
### Cas du triangle isocèle

Si un triangle  $ABC$  est isocèle en  $A$  alors il est symétrique par rapport à la médiatrice de  $[BC]$ .

### Définition

Notons  $M'$  le **symétrique** de  $M$  par rapport à  $O$  :

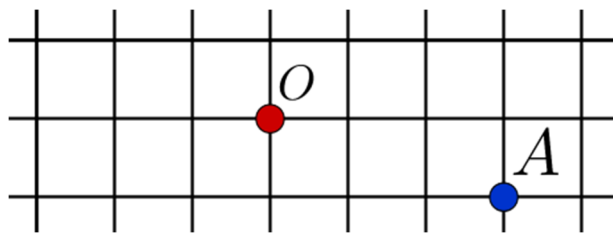
- si  $M = O$  alors  $M' = M = O$
- si  $M \neq O$  alors  $O$  est le milieu de  $[MM']$



### Définition

La symétrie par rapport à  $O$  s'appelle aussi « **symétrie centrale de centre  $O$**  ».

**A06** Pour la symétrie de centre  $O$ , placer  $A'$  symétrique de  $A$  et  $O'$  symétrique de  $O$  :

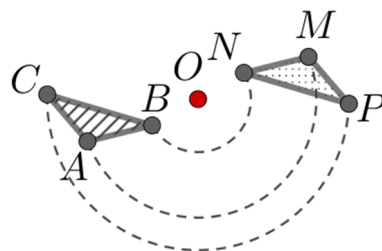


### Définition

La **figure symétrique** de  $\mathcal{F}$  par rapport à  $O$  est formée par les symétriques des points de la figure  $\mathcal{F}$ .

### Reconnaître deux figures symétriques

Deux figures sont symétriques par rapport à un point  $O$  lorsqu'elles se superposent par un demi-tour de centre  $O$ .



$ABC$  et  $MNP$  sont symétriques par rapport à  $(O)$

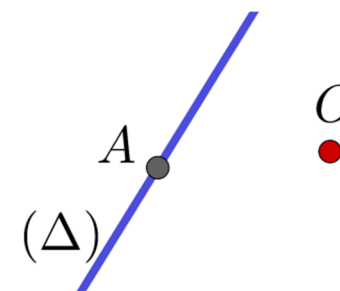
### Propriété

Par une symétrie **centrale** :

- si  $A, B, C$  sont alignés alors  $A', B', C'$  sont alignés
- l'image d'une droite est une droite qui est **nécessairement parallèle**
- l'image d'un segment est un segment de même longueur
- l'image d'un cercle est un cercle de même rayon
- l'image d'un triangle est un triangle de même nature
- l'image d'un angle est un angle de même mesure
- l'image d'une figure est une figure de même aire et de même périmètre

**A07** Construire l'image d'un triangle  $ABC$  par la symétrie de centre  $A$  :

**A08** Pour la symétrie de centre  $O$  construire l'image de la droite  $(\Delta)$  :



**A09** Le triangle  $RST$  admet-il un axe de symétrie ? Si oui, préciser que est cet axe de symétrie et justifier.

