

Maths 5^e 04. Calcul littéral

ACTIVITÉS

A01 On pose $E = 2x + 3$ et $F = 3x - 2$.

Recopier et compléter :

- pour $x = -4$:

$$\begin{array}{l|l} E & F \\ \hline = 2 \times (-4) + 3 & = 3 \times (-4) - 2 \\ = \dots + \dots & = \dots - \dots \\ = \dots & = \dots \end{array}$$

Si $x = -4$, alors $E \neq F$.

- pour $x = 5$: ... (procéder de même)

A02 On pose : $G = x^2 + 4x$ et $H = 5x$.

Trouver une valeur de x pour laquelle $G = H$,

trouver une valeur de x pour laquelle $G \neq H$.

Règle Si **ajoute** ou **soustrait** des termes de **même nature** alors un regroupement est possible : on dit que l'on **réduit** l'expression. La nature de la forme réduite est la même que celle des termes dont elle résulte.

A03 Réduire chacune des expressions :

$$A = 13x + 7x \quad B = 8x^2 - 2x^2$$

$$C = x + 2x \quad D = 13x^2 + x^2$$

A04 Réduire lorsque cela est possible :

$$E = 7x^2 + 5x \quad F = 8x^2 + 3x^2$$

$$G = 4x^2 - x^2 \quad H = 12a + 5a$$

A05 Réduire les expressions :

$$I = -3x + 10x \quad J = 8x^2 - 20x^2$$

$$K = 4x - 7x + x \quad L = -3x^2 + 5x^2 - 8x^2$$

A06 On considère l'équation :

$$3x - 1 = 2x + 7$$

- montrer que 4 n'est pas une solution
- montrer que 8 est une solution

Définition

Résoudre l'équation c'est déterminer **toutes** les solutions de l'équation.

Méthode

Pour résoudre une équation on se ramène à
« $x =$ **nombre connu** »

puis on écrit une phrase de conclusion.

À chaque étape, on a le droit :

- d'ajouter ou soustraire **le même nombre** à chaque membre,
- de multiplier ou **diviser** chaque membre par un même nombre non nul.

A07 Résoudre chacune des équations :

$$\bullet x - 3 = 12$$

$$\bullet x + 7 = 10$$

A08 Résoudre chacune des équations :

$$\bullet x - 2 = -8$$

$$\bullet x + 3 = -20$$

A09 Résoudre chacune des équations :

$$\bullet 7x = 21$$

$$\bullet 15x = 20$$

A10 Résoudre chacune des équations :

$$\bullet 5x = -2$$

$$\bullet 4x = -12$$

A11 Résoudre chacune des équations :

$$\bullet 2x - 3 = 7$$

$$\bullet 8x + 1 = 25$$

A12 Résoudre chacune des équations :

$$\bullet 2x = 20 - 3x$$

$$\bullet 3x = 6 + x$$

A13 Résoudre l'équation : $3x + 1 = 2x - 4$.

A14 Résoudre l'équation : $6x + 5 = -x + 19$.

A15 Résoudre chacune des équations :

$$\bullet \frac{2}{5}x = \frac{7}{2}$$

$$\bullet \frac{3}{4}x = \frac{2}{7}$$

A16 Résoudre l'équation :

$$\frac{1}{2}x - 3 = \frac{5}{6}$$

A17 Résoudre l'équation :

$$\frac{x - 7}{2} = -3$$

A18 Résoudre l'équation :

$$\frac{2x + 1}{-5} = -1$$

A19 exemple : $5x \times x = 5 \times x \times x = 5x^2$.

De même, donner l'écriture simplifiée de :

$$\bullet x^2 \times 3x$$

$$\bullet 5x \times 2x$$

$$\bullet 4x \times 3x^2$$

A20 Donner l'écriture simplifiée de :

$$\bullet 8x^2 \times (-x^2)$$

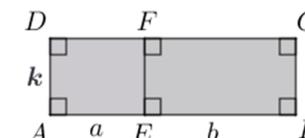
$$\bullet (-3x^2) \times (-5x)$$

$$\bullet (-2x^2) \times (-3x)$$

$$\bullet (5y^2) \times (-6y)$$

A21 démonstration du cours

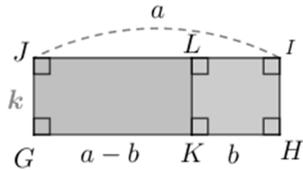
a , b et k sont des nombres strictement positifs, on considère la figure :



En raisonnant sur les aires de rectangles, écrire $k \times (a + b)$ comme somme de deux expressions.

A22 démonstration du cours

a , b et k sont des nombres strictement positifs avec $a > b$, on considère la figure :



En raisonnant sur les aires de rectangles, écrire $k \times (a - b)$ comme différence de deux expressions.

On admettra que les formules obtenues aux deux activités précédentes sont vraies pour a , b et k nombres relatifs quelconques.

Formules

Pour tous nombres relatifs a , b et k on a :

- $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$

Sans écrire le symbole « \times », on obtient :

$$\underbrace{k(a+b)}_{\text{forme factorisée}} = \underbrace{ka+kb}_{\text{forme développée}}$$

- $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$

Sans écrire le symbole « \times » on obtient :

$$\underbrace{k(a-b)}_{\text{forme factorisée}} = \underbrace{ka-kb}_{\text{forme développée}}$$

On dit que la multiplication est distributive sur l'addition et sur la soustraction.

A23 Développons : $E = 5 \times (3x + 4)$.

On utilise la formule :

$$k \times (a + b) = k \times a + k \times b$$

On obtient : $E = 5 \times 3x + 5 \times 4$

puis : $E = 15x + 20$.

Développer de même :

$$F = 2 \times (-4x + 7) \text{ et } G = 5x \times (-3x + 1)$$

A24 Développons : $E = 7x \times (x - 4)$.

On utilise la formule :

$$k \times (a - b) = k \times a - k \times b$$

On en déduit : $E = 7x \times x - 7x \times 4$

puis : $E = 7x^2 - 28x$.

Développer de même :

$$F = 3 \times (-2x - 5) \quad G = x \times (9x - 2)$$

$$H = 6x \times (-2x - 1)$$

A25 Développer chacune des expressions :

$$A = x^2 \times (5x + 2) \quad B = 5x \times (4x - 3)$$

A26 Factorisons au mieux : $E = 15x^2 + 10x$.

On a : $E = 5x \times 3x + 5x \times 2$.

On utilise : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$.

On en déduit : $E = 5x \times (3x + 2)$

puis : $E = 5x(3x + 2)$.

De même, factoriser au mieux :

$$F = 7x - 14 \quad \text{et} \quad G = 18x^2 - 27x$$

A27 Factoriser au mieux :

$$E = (3x - 4) \times 2x + (3x - 4) \times 5$$

$$F = (x - 7) \times (3x - 1) + (x - 7) \times 8$$

A28 démonstration du cours

En remarquant que $-5 = (-1) \times 5$ (exemple), démontrer que tous nombres relatifs a et b :

- $-(a + b) = -a - b$
- $-(a - b) = -a + b$
- $-(-a + b) = a - b$
- $-(-a - b) = a + b$

A29 Réduire :

$$A = -(3x - 7) + 8x \quad B = 12x - (5x - 3)$$

A30 Réduire :

$$C = -(x^2 - 5x) + 7x \quad D = x^2 - (-x^2 + 4x)$$

A31 Réduire :

$$E = -(x^2 + 4x - 3) + 5x^2 - x + 2$$

A32 Résoudre l'équation : $5x - (x - 2) = 10$.

A33 Résoudre l'équation : $7x + 3 = -(x - 9)$.

A34 Résoudre l'équation : $3(x - 2) = x - 7$.

A35 Résoudre l'équation :

$$\left(5x - \frac{7}{3}\right) \times 6 = 28x - 1$$

A36 Résoudre l'équation : $2x = -(x - 12)$.

A37 Jean avait 6 ans quand sa petite sœur Sophie est née. Dans combien d'années Jean sera-t-il trois fois plus âgé que Sophie ?

A38 Factoriser :

$$A = (-x + 4)(2x + 1) - 2x + 8$$

$$B = x^2 - 9x + (3x + 1)(x - 9)$$

$$C = (x - 3)^2 + 5(x - 3)$$

A39 Résoudre l'équation :

$$x(x - 7) - x^2 = -8x + 5$$

A40 Résoudre l'équation :

$$\frac{x + 3}{2} = x - 1$$

A41 Dans trois ans j'aurai le triple de l'âge que j'avais il y a sept ans. Quel est mon âge actuel ?