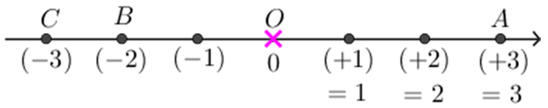
Les nombres vus en sixième complétés par les « moins que zéro » sont les **nombres relatifs**.

Pour représenter les nombres relatifs on utilise une **droite graduée** entière, le point d'abscisse zéro, souvent noté O, est l'**origine de la droite graduée**, le nombre associé à un point est son **abscisse**, l'abscisse du point A se note x_A.
Sur une droite graduée « vers la droite » tous les points situés à gauche de l'origine ont une abscisse **négative**, tous les points situés à droite de l'origine ont une abscisse **positive**.



Un nombre positif et noté avec un signe « $+$ », un nombre négatif avec un signe « $-$ ».

exemples
$(+5)$ est un nombre positif, il se note aussi 5
(-7) est un nombre négatif, il se note aussi -7

Définition de l'opposé
En changeant le signe d'un nombre relatif on obtient **son opposé**.

exemples
L'opposé de $(+8)$ est (-8),
l'opposé de (-3) est $(+3)$.

On convient que l'opposé de zéro est zéro.

Définition de la distance à zéro
Soit a un nombre relatif, A le point d'abscisse a sur une droite graduée d'origine le point O.
La distance OA est la **distance à zéro** de a.

exemples
La distance à zéro de (-3) est 3, la distance à zéro de $(+8)$ est 8.

Définition : différence des distances à zéro
On appelle **différence des distances à zéro** de deux nombres relatifs le nombre positif :

la plus **grande** des deux distances à zéro	$-$	la plus **petite** des deux distances à zéro

exemple
La distance à zéro de (-2) est $\mathbf{2}$**,** la distance à zéro de $(+6)$ est $\mathbf{6}$, la différence des distances à zéro de (-2) et $(+6)$ est donc le nombre positifs : $\mathbf{6} - \mathbf{2}$ c'est-à-dire 4.

Définition de l'addition
• pour ajouter deux nombres relatifs de **même signe** : on garde ce signe commun et on cumule les distances à zéro de ces deux nombres.
• pour **ajouter** deux nombres relatifs de **signes contraires** : on recopie le signe du nombre qui a la plus grande distance à zéro et on écrit la différence des distances à zéro.

exemples **(nombres ajoutés de même signe)**
- $(-3) + (-5)$
  (-3) a pour distance à zéro $\mathbf{3}$
  (-5) a pour distance à zéro $\mathbf{5}$
  Le cumul des distances à zéro est $3 + 5 = 8$.
  $$(\mathbf{-3}) + (\mathbf{-5}) = (\underbrace{-}_{\substack{on\ garde\\ le\ signe\\ commun}} \quad \underbrace{8}_{\substack{le\ cumul\\ des\ distances\\ à\ zéro}})$$
  Finalement : $(-3) + (-5) = -8$
- $(+4) + (+2)$
  $(+4)$ a pour distance à zéro $\mathbf{4}$
  $(+2)$ a pour distance à zéro $\mathbf{2}$
  Le cumul des distances à zéro est $4 + 2 = 6$.
  $$(+4) + (+2) = (\underbrace{+}_{\substack{on\ garde\\ le\ signe\\ commun}} \quad \underbrace{6}_{\substack{cumul\ des\\ distances\\ à\ zéro}})$$
  Finalement : $(+4) + (+2) = 6$.

En identifiant $(+4)$ à 4 et $(+2)$ à 2 on retrouve le résultat d'une addition vue sur les nombres habituels vus jusqu'en sixième.

exemples **(nombres ajoutés de signes contraires)**
- $(-5) + (+9)$
  (-5) a pour distance à zéro $\mathbf{5}$
  $(+9)$ a pour distance à zéro $\mathbf{9}$
  C'est $(+9)$ qui a la plus grande distance à zéro donc le résultat prend le signe de $(+9)$
  La différence des distances à zéro est $\mathbf{9} - \mathbf{5} = 4$.
  $$(\mathbf{-5}) + (\mathbf{+9}) = (\underbrace{+}_{\substack{on\ prend\\ le\ signe\\ de\ (+9)}} \quad \underbrace{4}_{\substack{différence\\ des\ distances\\ à\ zéro}})$$
  Finalement : $(-5) + (+9) = 4$
- $(-5) + (+3)$
  (-5) a pour distance à zéro $\mathbf{5}$ et $(+3)$ a pour distance à zéro $\mathbf{3}$
  C'est (-5) qui a la plus grande distance à zéro, le résultat prend le signe de (-5).
  La différence des distances à zéro est $\mathbf{5} - \mathbf{3} = 2$.
  $$(\mathbf{-5}) + (\mathbf{+3}) = (\underbrace{-}_{\substack{on\ prend\\ le\ signe\\ de\ (-5)}} \quad \underbrace{2}_{\substack{différence\\ des\ distances\\ à\ zéro}})$$
  Finalement : $(-5) + (+3) = -2$.

- $(+8)+(-2)$
  $(+8)$ a pour distance à zéro **8** et (-2) a pour distance à zéro **2**
  C'est $(+8)$ qui a la plus grande distance à zéro, le résultat prend le signe de $(+8)$.
  La différence des distances à zéro est $\mathbf{8}-\mathbf{2}=6$.

$$(+8)+(-2)=(\underbrace{+}_{\substack{\text{on prend}\\ \text{le signe}\\ \text{de }(+8)}}\quad\underbrace{6}_{\substack{\text{différence}\\ \text{des distances}\\ \text{à zéro}}})$$

  Finalement : $(+8)+(-2)=6$.

- $(+1)+(-7)$
  $(+1)$ a pour distance à zéro **1** et (-7) a pour distance à zéro **7**
  La différence des distances à zéro est $\mathbf{7}-\mathbf{1}=6$.

$$(+1)+(-7)=(\underbrace{-}_{\substack{\text{on prend}\\ \text{le signe}\\ \text{de }(-7)}}\quad\underbrace{6}_{\substack{\text{différence}\\ \text{des distances}\\ \text{à zéro}}})$$

  Finalement : $(+1)+(-7)=-6$

Règle
La somme de deux nombres relatifs opposés donne zéro.

exemples

$$(+3)+(-3)=(+0)=0$$
$$(-3)+(+3)=(+0)=0$$
$$(+0)+(-0)=0$$

Définition de la soustraction
Soustraire un nombre relatif revient à ajouter son opposé.

On a donc, pour deux nombres relatifs a et b :

$$a-b \overset{\text{def}}{=} a+\textit{opposé de } b$$

exemples

- $(+5)-(-2)=(+5)\underbrace{+}_{\text{on ajoute}}\underbrace{(+2)}_{\text{opposé de }(-2)}=(+7)=7$
- $(+6)-(+9)=(+6)\underbrace{+}_{\text{on ajoute}}\underbrace{(-9)}_{\text{opposé de }(+9)}=(-3)=-3$
- $(-1)-(+6)=(-1)\underbrace{+}_{\text{on ajoute}}\underbrace{(-6)}_{\text{opposé de }(+6)}=(-7)=-7$
- $(-8)-(-3)=(-8)\underbrace{+}_{\text{on ajoute}}\underbrace{(+3)}_{\text{opposé de }(-3)}=(-5)=-5$

Règle : effet d'un signe devant une parenthèse
- un $+$ devant une parenthèse n'a aucun effet :
  $+(\pm ■)$ se simplifie en $\pm$ ■
- un $-$ devant une parenthèse change le signe :
  $-(\pm ■)$ se simplifie en $\mp$ ■

exemples

$+(+7)=+7=7$ $\quad$ $+(-3)=-3$
$-(+8)=-8$ $\quad$ $-(-9)=+9=9$

Règle
■ et ▲ représentant des **distances à zéro** :
- $+$■ $+$▲$=$ cumul de ■ et ▲
- $-$■ $-$▲$=-$ cumul de ■ et ▲

Règle
■ et ▲ représentent des **distances à zéro**
Pour calculer $+$■ $-$▲ ou $-$■ $+$▲ :
signe devant le plus fort de ■ et ▲ portant sur la différence de ■ et ▲.

exemples

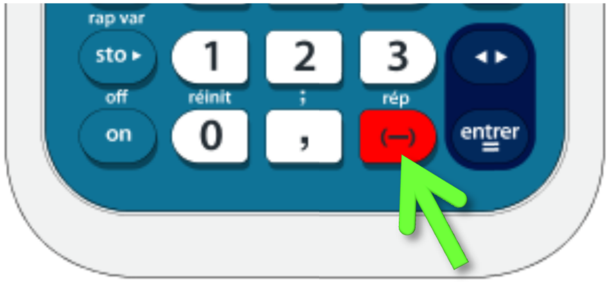
$A=+7+3=+\text{ cumul de 7 et 3}=+10=10$
$B=-5-4=-\text{ cumul de 5 et 4}=-9$
$C=-20+13=-(20-13)=-7$
$D=+5-4=+5-4=+(5-4)=+1=1$

Changement de place dans une addition
Dans un calcul qui ne comporte que des additions et des soustractions on peut changer la place d'un terme en **conservant le signe positif ou négatif placé devant lui**.

exemples

- $4-8+2=4+2-8=6-8=-2$
- $-7+3-2=+3-7-2=+3-9=-6$
- $5-3+4=+5+4-3=+9-3=+6=6$

Le « $-$ » de « $-7+10$ » s'obtient à la calculatrice avec la touche :



Règle
Pour **multiplier** ou **diviser deux** nombres relatifs :
- si les deux nombres ont le **même signe**, alors le **résultat est POSITIF**
- si les deux nombres ont des **signes différents**, alors le **résultat est négatif**.

exemples

$(-7)\times(-3)=+21=21$
$(+9)\times(-2)=-18$