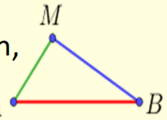
Une unité de distance a été fixée.

Propriété : inégalité triangulaire

Pour tous points A, B et M du plan, on a l'inégalité : $AB \leqslant AM + MB$.
C'est l'inégalité triangulaire.



A01 Est-il possible de construire un triangle ABC tel que : $AB = 10$, $AC = 6$ et $BC = 19$?

A02 Justifier qu'il existe un triangle DEF tel que : $DE = 6$, $DF = 7$ et $EF = 10$.
Écrire un programme de construction de DEF.

Cas de l'égalité

Si $M \in [AB]$, **alors** : $AB = AM + MB$.
Si $AB = AM + MB$, **alors** $M \in [AB]$.

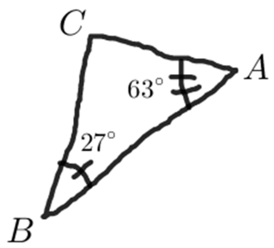
A03 Que peut-on dire de la position relative des points R, S et T tels que :

$$RS = \frac{5}{7}, RT = 2 \text{ et } ST = \frac{9}{7}$$

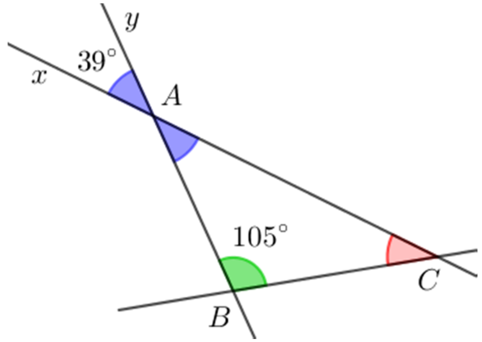
A04 Soit ABC un triangle isocèle en A tel que l'angle $\widehat{BAC}$ mesure 80° : déterminer les mesures des deux autres angles de ce triangle.

A05 EFG est un triangle isocèle en E tel que l'angle $\widehat{EFG}$ mesure 31° : déterminer les mesures des deux autres angles de ce triangle.

A06 Les droites (CA) et (CB) sont-elles Perpendiculaires ?



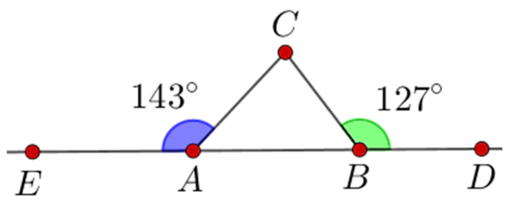
A07 Déterminer les mesures des angles du triangle ABC :



(n'écrire sur la copie que les calculs nécessaires à la compréhension de la démarche)

A08 Le triangle JKL est rectangle en K, l'angle $\widehat{KLJ}$ mesure 45° et $JK = 5$: déterminer l'aire du triangle JKL.

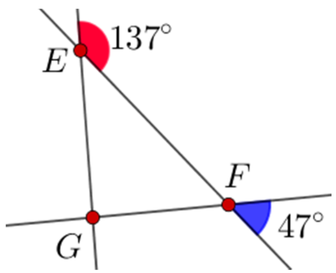
A09 Les points E, A, B, D sont alignés, déterminer la nature du triangle ABC :



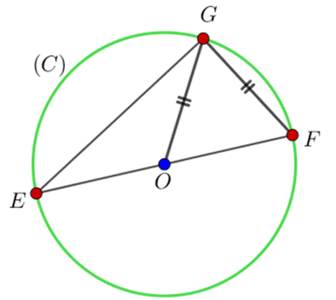
(n'écrire sur la copie que les calculs nécessaires à la compréhension de la démarche)

A10 Déterminer la nature du triangle EFG.

(n'écrire sur la copie que les calculs nécessaires à la compréhension de la démarche)



A11 $[EF]$ est un diamètre d'un cercle (C) de centre O, G est un point de ce cercle tel que $GO = GF$:



1. Déterminer la nature du triangle OFG.
2. Démontrer que EFG est rectangle en G.

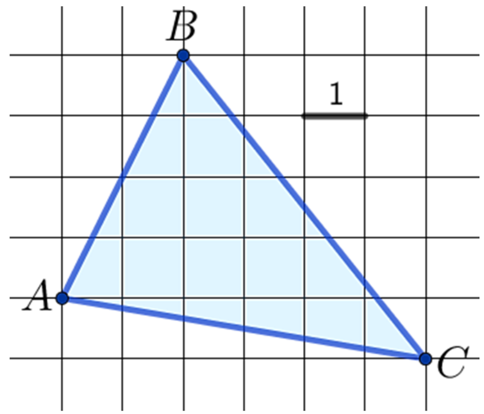
(n'écrire sur la copie que les calculs nécessaires à la compréhension de la démarche)

Formule aire d'un triangle rectangle

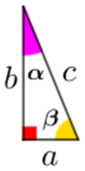
$$\mathcal{A}_{triangle\ rectangle} = \frac{1}{2} \times \text{produit des côtés de l'angle droit}$$

A12 Soit ABC un triangle rectangle en A tel que $AB = 4$ et $AC = 6$; déterminer son aire.

A13 Déterminer l'aire du triangle ABC :



A14 démonstration du cours



On considère un triangle rectangle, a et b sont les longueurs des côtés de l'angle droit et c celle de l'hypoténuse, on note α et β les mesure en degré des deux angles aigus. En comparant les aires des zones laissées vides dans les deux figures ci-dessous, justifier que : $c^2 = a^2 + b^2$.

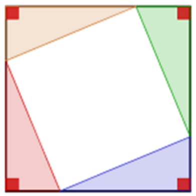


figure $n°1$

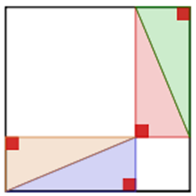


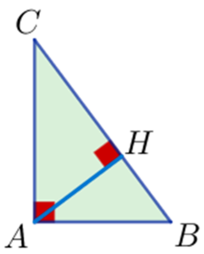
figure $n°2$

Théorème de Pythagore

Dans un triangle rectangle le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des deux côtés de l'angle droit.

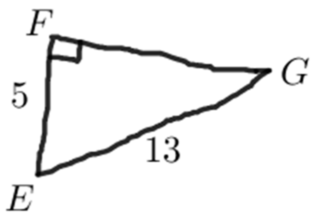
A15

ABC est un triangle rectangle en A tel que : $AB = 3$ et $AC = 4$. Calculer AH où H est le projeté orthogonal de A sur (BC).



A16

EFG est un triangle rectangle en F tel que $EF = 5$ et $EG = 13$: déterminer son aire.



A17 démonstration du cours

A et B sont deux points distincts, I est le milieu de $[AB]$ et (d) est la médiatrice de $[AB]$.

1. Soit M un point appartenant à (d).
   - **a.** On suppose que $M \neq I$: démontrer que, $MA^2 = MB^2$.
     On en déduit : $MA = MB$.
   - **b.** L'affirmation « $MA = MB$ » reste-t-elle vraie lorsque $M = I$?
2. Soit N un point du plan tel que $NA = NB$.
   - **a.** On suppose $N \neq I$.
     Soit H le projeté orthogonal de N sur (AB) : montrer que $HA = HB$ puis reconnaître H, en déduire que $N \in (d)$.
   - **b.** L'affirmation $N \in (d)$ reste-t-elle vraie lorsque $N = I$?

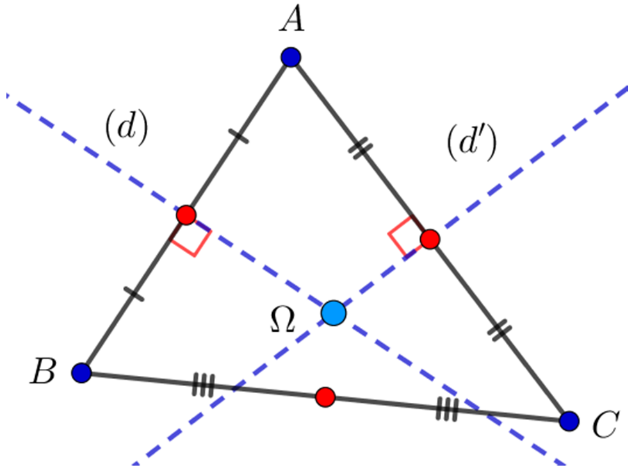
Propriété

• « si un point appartient à la médiatrice d'un segment, alors il est à la même distance des deux extrémités de ce segment ».

• « si un point est à la même distance des deux extrémités d'un segment, alors il appartient à la médiatrice de ce segment ».

A18 démonstration du cours

Soit ABC un triangle ; on note (d) la médiatrice de $[AB]$, (d') la médiatrice de $[AC]$ et Ω le point d'intersection de (d) et (d') :



1. Démontrer que $\Omega A = \Omega B = \Omega C$.
2. En déduire que les trois droites (d), (d') et (d'') sont concourantes et qu'il existe un cercle passant par les trois sommets du triangle ABC, préciser le centre de ce cercle.

Propriété

Le point d'intersection des trois **médiatrices** d'un triangle est le centre du **cercle circonscrit** à ce triangle, c'est-à-dire du cercle passant par les trois sommets de ce triangle.