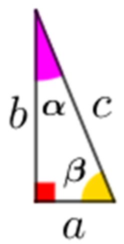
Formule : aire d'un triangle

- aire d'un triangle rectangle $= \dfrac{\text{produit des côtés de l'angle droit}}{2}$
- aire d'un triangle quelconque $= \dfrac{\text{côté} \times \text{hauteur associée}}{2}$

A01 L'unité de distance est le cm, ABC est un triangle rectangle en A tel que $AB = \dfrac{10}{7}$ et $AC = \dfrac{21}{5}$: son aire est-elle égale à un nombre entier de cm^2 ?

A02 démonstration du cours



On considère un triangle rectangle, a et b sont les longueurs des côtés de l'angle droit et c celle de l'hypoténuse, on note α et β les mesure en degré des deux angles aigus. En comparant les aires des zones laissées vides dans les deux figures ci-dessous, justifier que : $c^2 = a^2 + b^2$.

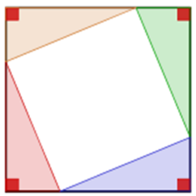


figure $n°1$

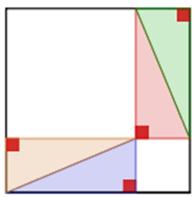


figure $n°2$

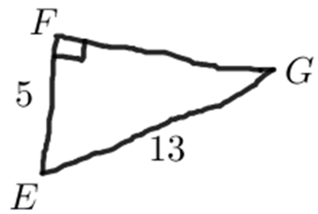
Théorème de Pythagore
Si ABC est rectangle en A, alors :
$$BC^2 = BA^2 + AC^2$$

A03 Écrire l'égalité qui résulte du théorème de Pythagore dans chacun des cas suivants :
EFG est rectangle en F, RST est rectangle en T

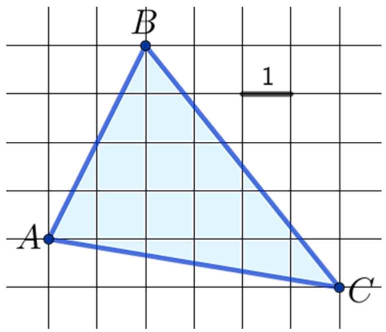
A04 ABC est rectangle en A, $AB = 6$, $AC = 8$. Calculer BC.

A05 RST est rectangle en R et on donne $RS = 15$ et $ST = 17$: calculer RT.

A06 Déterminer l'aire du triangle EFG :

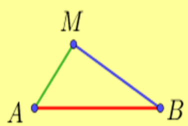


A07 [Recherche]
Déterminer l'aire du triangle ABC :



A08 [Recherche]
ABC est un triangle rectangle en A tel que : $AB = 3$ et $AC = 4$. Calculer AH où H est le projeté orthogonal de A sur (BC).

Règle : inégalité triangulaire
Pour tous points A, B et M du plan on a : $AB \leqslant AM + MB$.
C'est l'inégalité triangulaire.



A09 Est-il possible de construire un triangle ABC tel que : $AB = 10$, $AC = 6$ et $BC = 19$?

A10 Justifier qu'il existe un triangle DEF tel que : $DE = 6$, $DF = 7$ et $EF = 10$ puis écrire un programme de construction de ce triangle n'utilisant que la règle graduée et le compas.

Cas de l'égalité
Si $M \in [AB]$ alors : $AB = AM + MB$.
Si $AB = AM + MB$ alors $M \in [AB]$.

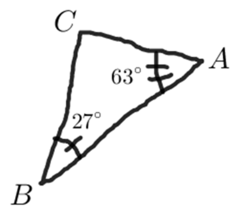
A11 Que dire de la position relative des points R, S et T tels que : $RS = \dfrac{5}{7}$, $RT = 2$ et $ST = \dfrac{9}{7}$.

Propriété
« La somme des mesures des angles d'un triangle est égale à 180° ».

A12 Déterminer les mesures des angles $\widehat{CBA}$ et $\widehat{BCA}$ d'un triangle ABC isocèle en A sachant que l'angle $\widehat{BAC}$ a pour mesure 80°. [*c.n.u.*]

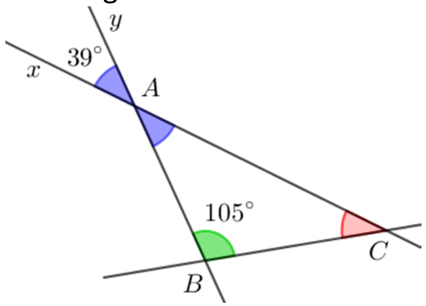
A13 EFG est un triangle isocèle en E l'angle $\widehat{EFG}$ mesure 31°. Déterminer les mesures des deux autres angles de ce triangle. [*c.n.u.*]

A14 Le schéma ci-contre représente un triangle ABC. Pourquoi peut-on affirmer que $AB^2 = AC^2 + CB^2$?



Propriété
« Deux angles opposés par le sommet ont des mesures égales ».

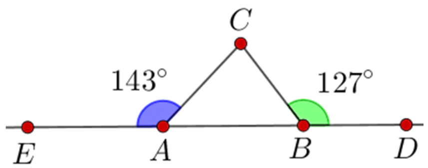
A15 [rédrap] Déterminer les mesures des angles du triangle ABC :



A16 Le triangle ABC est rectangle en A, l'angle $\widehat{ABC}$ mesure 45° et $AB = 6$: déterminer l'aire du triangle ABC. [rédrap]

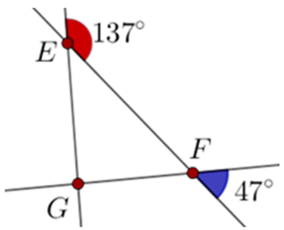
> **Propriété**
> ▶ « une mesure d'angle égale à 180° caractérise une situation d'alignement ».

A17 [rédrap] Les points E, A, B, D sont alignés, déterminer la nature du triangle ABC :



A18 [rédrap]

Déterminer la nature du triangle EFG.



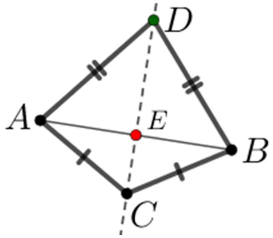
> **Propriétés**
> ▶ « si un triangle est équilatéral, alors ses trois angles ont pour mesure 60° »
> ▶ « si les trois angles d'un triangle ont pour mesure 60°, alors ce triangle est équilatéral »

A19 démonstration du cours

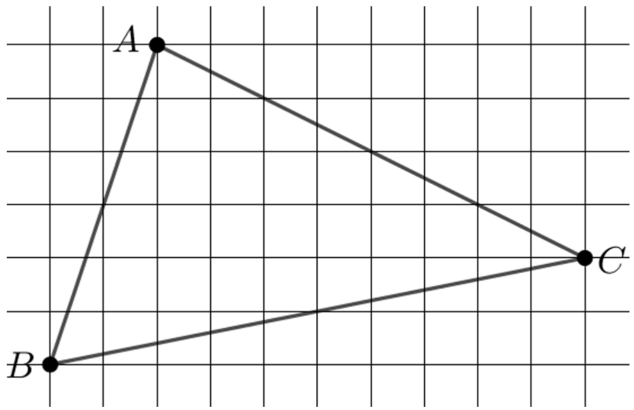
Démontrer que : si un point appartient à la médiatrice d'un segment alors il est à la même distance des deux extrémités de ce segment.

> **Propriété**
> ▶ « si un point appartient à la médiatrice d'un segment, alors il est à la même distance des deux extrémités de ce segment »
> ▶ « si un point est à la même distance des deux extrémités d'un segment, alors il appartient à la médiatrice de ce segment ».

A20 (voir figure) E est le point d'intersection de $[AB]$ et (CD) : que représente ce point pour le segment $[AB]$?

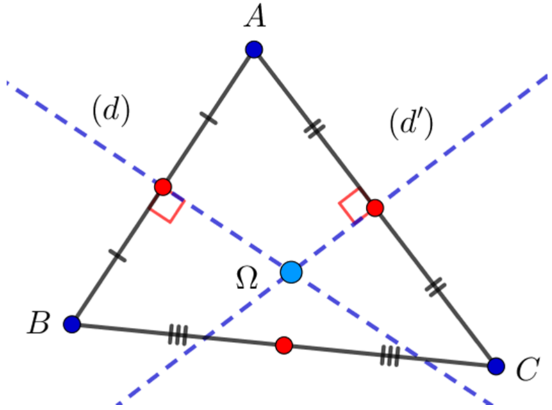


A21 Tracer deux médiatrices des côtés du triangle ABC ci-dessous et noter Ω leur point d'intersection.
Justifier que Ω est situé à la même distance des trois sommets du triangle ABC.
Que dire du cercle de centre Ω passant par A ?



A22 démonstration du cours, à l'oral

ABC est un triangle, (d) est la médiatrice de $[AB]$, (d') la médiatrice de $[AC]$ et Ω le point d'intersection de (d) et (d') :



1. Démontrer que $\Omega A = \Omega B = \Omega C$.
2. Que peut-on en déduire en terme de cercle ?

> **Propriété**
> Le point d'intersection des trois **médiatrices** d'un triangle est le centre du cercle passant par les trois sommets de ce triangle, appelé **cercle circonscrit** au triangle.

> **contraposée du théorème de Pythagore**
> Soit ABC est un triangle.
> Si $BC^2 \neq BA^2 + AC^2$ alors ABC n'est pas rectangle en A.

A23 Justifier la contraposée du théorème de Pythagore.

A24 ABC est un triangle tel que $AB = 5$, $AC = 7$ et $BC = 10$: ABC est-il rectangle ?