Fiche troisième – Puissances (rappels de quatrième)

Vocabulaire

L'écriture " 6^3 " est une puissance de 6 et l'on dit que **3** est l'exposant : il faut donc lire " six exposant 3".

Définitions de la puissance d'un nombre

Avec un exposant positif	Avec un exposant négatif
$a^2 = \underbrace{a \times a}_{2 \text{ facteurs } a}$ $\quad a^3 = \underbrace{a \times a \times a}_{3 \text{ facteurs } a}$ $a^n = \underbrace{a \times \ldots \times a}_{n \text{ facteurs } a}$ $a^1 = a \quad a^0 = 1$	$a^{-2} = \dfrac{1}{a^{+2}} \quad a^{-3} = \dfrac{1}{a^{+3}}$ $a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}$ $a^{-1} = \dfrac{1}{a}$
Exemples $5^3 = \underbrace{5 \times 5 \times 5}_{\substack{\text{multiplication de} \\ 5 \text{ par lui-même} \\ 3 \text{ facteurs}}} = 125$ $2^4 = \underbrace{2 \times 2 \times 2 \times 2}_{\substack{\text{multiplication de} \\ 2 \text{ par lui-même} \\ 4 \text{ facteurs}}} = 16$	**Exemples** $5^{-2} = \dfrac{1}{5^2} = \dfrac{1}{5 \times 5} = \dfrac{1}{25}$ $2^{-3} = \dfrac{1}{2 \times 2 \times 2} = \dfrac{1}{8}$

Puissances d'un même nombre, exposants différents	
$a^m \times a^n = a^{n+m}$ $\dfrac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$	*Lorsque l'on multiplie (divise) deux puissances d'un* ***même nombre****, on doit ajouter (soustraire) les exposants des puissances de départ.*

Puissances de nombres différents avec même exposant	
$a^m \times b^m = (a \times b)^m$ $\dfrac{a^m}{b^m} = \left(\dfrac{a}{b}\right)^m$	*Lorsque l'on multiplie ou divise deux puissances ayant* ***le même exposant****, on conserve cet exposant dans le résultat.*

Exemples $\quad 7^3 \times 7^6 = 7^{3+6} = 7^9 \qquad 3^5 \times 7^5 = (3 \times 7)^5 = 21^5$

$$\frac{5^{30}}{5^{24}} = 5^{30-24} = 5^6 \qquad \frac{12^{65}}{2^{65}} = \left(\frac{12}{2}\right)^{65} = 6^{65}$$

Cas particulier des puissances de 10	
Dans l'écriture décimale de 10^n, n entier positif, il y aura le chiffre « 1 » suivi de n zéros. **Exemples** $10^4 = \underbrace{10\,000}_{\substack{\text{chiffre 1 suivi} \\ \text{de 4 zéros}}}$	Dans l'écriture décimale de 10^{-n}, n entier positif, il y a n zéros précédent le chiffre« 1 », en comptant tous les zéros. **Exemple** $10^{-5} = \underbrace{0{,}000\,01}_{\substack{\text{chiffre 1 précédé} \\ \text{de 5 zéros}}}$

Attention : cela ne concerne **que les puissances de 10** *; ainsi, par exemple, dans l'écriture décimale de 100^3, il n'y a <u>pas</u> le chiffre 1 suivi de 3 zéros, et dans l'écriture décimale de 20^4, il n'y a <u>pas</u> le chiffre 2 suivi de 4 zéros.*

Multiplier un nombre décimal par une puissance de 10

Lorsque l'on multiplie un nombre décimal par une puissance de 10 cela a pour effet de décaler la virgule à droite ou à gauche suivant le signe de l'exposant, d'un nombre de rangs indiqué par l'exposant.

Exemples $\quad 5{,}691 \times 10^{+2} = \underbrace{569{,}1}_{\substack{\text{on a décallé la} \\ \text{virgule de 2 rangs} \\ \text{vers la droite}}} \quad ; \quad 67\,875{,}9 \times 10^{-3} = \underbrace{67{,}875\,9}_{\substack{\text{on a décallé la} \\ \text{virgule de 3 rangs} \\ \text{vers la gauche}}}$

Notation scientifique

Dans la notation scientifique d'un nombre décimal strictement positif il y a deux composantes : un nombre décimal d compris entre 1 et 10 (10 exclu), multiplié par une puissance de 10 avec un exposant entier relatif.

Dans la notation scientifique $a = d \times 10^m$, le signe de l'exposant m indique si le nombre a est proche de 0 (m négatif), ou bien si le nombre a est "monstrueux", c'est-à-dire éloigné de zéro (m positif).

Exemples

Le nombre $3{,}79 \times 10^{-5}$ est proche de zéro puisque l'exposant de 10 est négatif, son écriture décimale est : 0,000 037 9. Le nombre $8{,}1 \times 10^{3}$ est "monstrueux" puisque l'exposant de 10 est positif, son écriture décimale est : 8 100 .